

МАТЕМАТИКА САБАҚТАРЫНДА ОҚУШЫЛАРДЫҢ ФУНКЦИОНАЛДЫҚ САУАТТЫЛЫҒЫН ДАМУ



«Назарбаев Зияткерлік мектептері»

Нұр-Сұлтан

2020

ӘОЖ 373
КБЖ 74.262.21
М 29

*«Назарбаев Зияткерлік мектептері» ДББҰ
«Білім беру бағдарламалары орталығы» филиалының
Ғылыми-әдістемелік кеңесі басуға ұсынған*

М 29 Математика сабақтарында оқушылардың функционалдық сауаттылығын дамыту.

Нұр-Сұлтан: «Назарбаев Зияткерлік мектептері» ДББҰ «Білім беру бағдарламалары орталығы» филиалы, 2020. — 60 бет.

Әдістемелік ұсыныстар жаратылыстану сауаттылығына қысқаша сипаттама береді және оның деңгейін қазақстандық оқушылар арасында көтеру міндетінің өзектілігі дәлелденді. Тапсырмалар моделі сипатталған.

PISA халықаралық зерттеуінде қолданылатын сауаттылықты бағалау құралы.

Ұсынылған нұсқаулықтарды оқу үдерісін жоспарлауда және «Математика» пәні бойынша қосымша білім алуға, сонымен қатар жаратылыстану пәндерінің циклі бойынша оқушылардың функционалдық сауаттылығын дамытуға қолдануға болады. Оқу құралы жалпы білім беретін мектептердің оқу үдерісінде, арнайы білім беру колледжерінде және университеттердің педагогикалық мамандықтарында қолданылуы мүмкін.

ӘОЖ 373
КБЖ 74.262.21

ISBN 978-601-328-925-0

© «Назарбаев Зияткерлік мектептері» ДББҰ,
«Білім беру бағдарламалары орталығы» филиалы, 2020

Кіріспе	4
1-тарау. PISA зерттеуіндегі математикалық сауаттылықты бағалаудың құрылымы. PISA-2021 ерекшеліктері	5
2-тарау. Жалпы әдістемелік ұсыныстар	15
3-тарау. Негізгі мектеп бағдарламасындағы оқу мақсаттарын жүзеге асыру кезінде пайдалануға ұсынылатын тапсырмалар мысалдары	27
Пайдаланылған әдебиеттер тізімі	58

Мектеп қалыптастыратын білім беру нәтижелерінің балалар күн сайын тап болатын нақты өмірлік талаптарға сәйкессіздігі – қазіргі замандағы мектепте білім берудің ең өзекті және кеңінен талқыланатын проблемаларының бірі болып табылады. Шынында да, өмірлік проблемалар мен міндеттер әрқашан бірдей түрде пайда болмайды және әртүрлі контекстпен бірге жүреді. Сондықтан мектепте математикалық білім берудің негізгі міндеттерінің бірі күнделікті өмірге және кәсіби қызметке қажетті математикалық білім мен құзыреттілікті қалыптастыру және дамыту болып табылады.

Қазіргі қоғамға білімді, іскер, ұтымды ойлайтын, қоғамға оңай бейімделетін, таңдау жағдайында жауапты шешімдер қабылдай алатын, олардың ықтимал салдарын болжай отырып, ынтымақтастыққа қабілетті, ұтқыр, конструктивтілігімен ерекшеленетін, отбасының, ұжымның және елдің тағдырына жауапкершілік сезіміне ие адамдар қажет.

Біздің еліміздегі жаңартылған білім беру жүйесі осы маңызды міндетті шешуге бағытталған. Бұл педагогикалық теория мен оқу-тәрбие үрдісінің тәжірибесін жаңғыртумен қатар жүреді. Бүгінгі күні білім беру парадигмасының ауысуы жүріп жатыр: Білім беру бағдарламаларының мазмұнын әзірлеудің, оқыту әдістерінің жаңа тәсілдері және өзге педагогикалық менталитет ұсынылады.

Қазақстан Республикасының білім және ғылымын дамытудың 2020-2025 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасында PISA, TIMSS және PIRLS халықаралық салыстырмалы зерттеулерінде қазақстандық жалпы білім беретін мектептердің нәтижелерін жақсарту қажеттілігі айқын анықталды.

Қазіргі білім беру жүйесі – балаларда әртүрлі оқу және өмірлік жағдайларда, өзара тұлғалық қарым-қатынаста және әлеуметтік қатынастарда мектепте алған білімдерін тиімді қолдану дағдыларын дамытуға бағытталуы тиіс.

Оқушылардың математикалық сауаттылығын бағалауға арналған халықаралық зерттеулер біздің еліміздің оқушыларының математикадан теориялық білімдері мен біліктіліктері едеуір жоғары деңгейде екенін көрсетті, бірақ күнделікті өмірге жақын жағдайларда, сондай-ақ бұқаралық ақпарат құралдарына тән әртүрлі формада (мәтіндер, диаграммалар, графиктер, суреттер және т.б.) ұсынылған математикалық ақпаратпен жұмыс кезінде осы білімді қолдануда оларда қиындықтар туындайды.

PISA 2021 халықаралық зерттеуі үшін математикалық пайымдаулар мен қойылған проблеманы шешу арасындағы байланысқа ерекше көзқарас анықталды: мәселені шешу үшін математикалық сауаты қалыптасқан оқушы алдымен нақты әлем контексінде ұсынылған мәселенің математикалық табиғатын көруге және оны математика тілінде тұжырымдауға тиіс, ал бұл өз кезегінде математикалық пайымдауды талап етеді және математикалық сауатты болу дегенді білдірудің негізгі компоненті болып табылады [1].

Бұл әдістемелік әзірлеменің мақсаты математика мұғалімдеріне PISA халықаралық зерттеуі туралы жалпы ақпарат беру және оларға оқушылардың функционалдық сауаттылығын қалыптастыруға бағытталған жаңартылған оқу бағдарламаларын тиімді жүзеге асыру үшін ұсыныстар беру.

PISA (Programme for International Student Assessment) зерттеуінің мақсаты 15 жастағы оқушылардың алты бағыт бойынша дайындығын бағалау болып табылады, ол бағыттардың бірі – математика.

PISA зерттеуіндегі 15 жастағы оқушылардың математикалық дайындығын бағалау математикалық сауаттылықтың келесі анықтамасына негізделген: "Математикалық сауаттылық — бұл нақты әлемнің әртүрлі контекстіндегі мәселелерді шешу үшін жеке тұлғаның математикалық пайымдауларды жүргізу және математиканы тұжырымдамалау, қолдану, түсіндіру қабілеті».

PISA зерттеуіндегі математикалық сауаттылықты бағалаудың концептуалдық шеңбері

Математикалық сауаттылықтың қабылданған анықтамасы зерттеудің ерекше құралдарын әзірлеуге алып келді: оқушыларға дәстүрлі оқыту жүйесі мен математикалық дайындықтың дәстүрлі мониторингтік зерттеулеріне тән типтік оқу тапсырмалар ұсынылмайды, оларға қол жетімді математика құралдарымен шешілетін қандай да бір контекстте ұсынылған нақты проблемалық жағдайларға жақын тапсырмалар беріледі.

Математикалық сауаттылықты зерттеуді ұйымдастыру негізі үш құрылымдық компоненттен тұрады:

- мәселе ұсынылған **контекст**;
- тапсырмаларда қолданылатын **математикалық білімінің мазмұны**;
- мәселе ұсынылған контекстті мәселені шешу үшін қажетті математикалық мазмұнмен байланыстыруға қажетті **ой қорыту іс-әрекеті**.

Тапсырманың контексті — бұл ұсынылған жағдай шеңберінде тапсырмада ұсынылған қоршаған ортаның ерекшеліктері мен элементтері. Бұл жағдайлар қоршаған өмірдің әртүрлі аспектілеріне байланысты және мәселені шешу үшін азды-көпті математикаландыруды талап етеді. Контексттердің оқушыларға жақын болатын 4 санаты қолданылады:

- **қоғамдық өмір**
- **жеке тұлға өмірі**
- **білім беру/кәсіби қызмет**
- **ғылыми қызметі** [2, 29-31 б.].

Зерттеудегі тапсырмалардың **Математикалық мазмұны** төрт санат бойынша үлестірілген:

- **кеңістік және пішін**
- **өзгеру және тәуелділіктер**
- **саны**
- **анықталмағандық және деректер** [2, 23-28 б.].

Осы санаттардың әрқайсысының атауы жалпы түрде осы салаға қатысты тапсырмалар мазмұнының ерекшелігін сипаттайтын жалпылама идеяны бейнелейді.

Бұл жалпылама идеялар бір жағынан, математиканың мектеп курсына оқылатын тақырыптар шеңберін қамтиды, екінші жағынан, бұл идеялар 15 жасар оқушыларға өмір сүру үшін негіз ретінде және олардың математикалық ой-өрісін одан әрі кеңейту үшін қажет:

– *өзгеру және тәуелділіктер* — әртүрлі үдерістердегі айнымалылардың арасындағы тәуелділікті математикалық сипаттаумен байланысты, яғни алгебралық материалға қатысты тапсырмалар. Бұл жағдайларда өзгерістердің іргелі түрлерін тану және өзгерістерді сипаттау және болжау үшін сәйкес математикалық модельдерді пайдалану талап етіледі. Бұл, математикалық тұрғыдан – сәйкес функциялардың, теңдеулердің, теңсіздіктердің көмегімен өзгерістерді модельдеу, сондай-ақ тәуелділікті бейнелеудің символдық, кестелік және графикалық формаларын құру, түсіндіру және оларды бірінен біріне аудару болып табылады.

– *саны* — сандарға және олардың арасындағы қатынастарға байланысты тапсырмалар.

Объекттердің қасиеттерін, заңдылықтарды, жағдайларды және шамаларды сандық формада өрнектеу, осы сандық формалардың әр түрін түсіну, интерпретациялау және түсіндіруолардың сандарына негізделеді. Әлемде сандық ұғымдармен іс жүргізу қажеттілігі өлшеулерді, есептеулерді, шамаларды, өлшем бірліктерін, сандық трендтер мен заңдылықтарды түсінуді талап етеді. Сандық пайымдаулардың санның мағынасымен, санның әртүрлі берілуімен, есептеулердің тиімділігімен, ауызша есептеулермен және нәтижелердің ақылға қонымдылығын бағалаумен байланысты аспектілері "саны" саласындағы математикалық сауаттылықтың маңызды бөлігін құрайды.

– *анықталмағандық және деректер* — тапсырмалар статистика және ықтималдық бөлімдерінің зерттеу пәні болып табылатын ықтималдық және статистикалық құбылыстарды және тәуелділіктерді қамтиды. Ғылымда, технологиялар мен күнделікті өмірде анықталмағандық жиі кездесетін жағдай болып табылады. Ол көптеген проблемалық жағдайларға тән: ғылыми болжамдарға, сауалнамалар нәтижелеріне, ауа райы болжамдарына, экономикалық модельдерге. Анықталмағандықты талдау келесі әрекеттерді қамтиды: анықталмағандықты тану, үдерістегі вариацияның орнын білу, осы вариацияның мағынасы мен сандық өрнегін түсіну, өлшеу қателігін анықтау, белгілі бір оқиғаның орын алу мүмкіндігін анықтау. Бұдан басқа, анықталмағандықты қарастыру кезінде тұжырымдарды қалыптастыру, түсіндіру және бағалау талап етіледі. Деректерді ұсыну және түсіндіру – бұл саладағы негізгі ұғымдар.

2021 жылы математикалық сауаттылықты тексеру мазмұнына келесі жаңа тақырыптар енгізілді:

- өсу құбылыстары, сызықтық және сызықтық емес сипаттағы өзгерістер; мысалы, қандай да бір санды дәрежеге шығару кезінде пайда болатын заңдылықтарды қадағалау қажет;
- геометриялық түрлендірулер, аппроксимация, бөлшектеу және фигураларды құрастыру; мысалы, белгілі ереже бойынша берілген фигуралардан ою салу қажет;
- компьютерлік құрастыру және модельдеу, мысалы, картада маршруттарды көрсетілген ережелер бойынша көрсету қажет;
- ұсынылған шарттарды немесе қосымша ақпаратты ескере отырып шешім қабылдау; мысалы, кейбір тауарды сатып алу кезінде кестеде көрсетілген, осы тауар туралы сатып алушылар пікірлерінің статистикасы бар хабарламаны ескеру қажет.

Ұсынылған мәселелерді шешу кезіндегі **ой қорытуіс-әрекетін** сипаттау үшін келесі етістіктер қолданылады –оқушылар шешетін ой қорытуды қажет ететін есептерді көрсететін: *тұжырымдамалау, қолдану және түсіндіру*:

- жағдайды математика тілінде тұжырымдамалау;
- математикалық ұғымдарды, фактілерді, рәсімдерді қолдану;
- математикалық нәтижелерді түсіндіру, пайдалану және бағалау [2, 20-21 б.].

Осы ойлау үдерістерінің әрқайсысы математикалық *пайымдауларға* сүйенетіні анық, сондықтан PISA-2021 зерттеу концепциясын әзірлеушілер зерттеудің алдыңғы кезеңдерінде қолданылған ойлау үрдістерін пайдаланды, бірақ оларды пайымдаулар мен толықтырды. Бұл оқушыларға дәлелдер, негіздемелер және қорытындылар, математика тілінде жағдайды ұсынудың әртүрлі тәсілдері, қолданылатын математикалық аппараттың тиімділігі, алынған нәтижелерді

бағалау және түсіндіру мүмкіндіктері туралы пайымдауларын, ұсынылған жағдайдың ерекшеліктерін ескере отырып, көрсету қажет болатынын білдіреді.

Математикалық сауаттылықтың мазмұндық салалары бойынша тапсырмаларды үлестіру кезінде (Кеңістік және пішін, Өзгеру және тәуелділіктер, Саны, Анықталмағандық және деректер) әр құзыреттілік саласы үлесінің теңдігі қамтамасыз етіледі.

1-кесте

**PISA-2021 зерттеуіндегі математикалық сауаттылықтың
құзыреттілік саласы бойынша тапсырмалардың шамаланған үлестірімі**

Құзыреттілік саласы		Барлық тапсырмаларды орындағаны үшін берілетін жалпы баллдың пайызы
Математикалық пайымдаулар		Шамамен 25%
Математикалық есептерді шешу	Математика тілінде жағдайды тұжырымдамалау	Шамамен 25%
	Математикалық ұғымдарды, фактілерді, рәсімдерді қолдану	Шамамен 25%
	Математикалық нәтижелерді түсіндіру, пайдалану және бағалау	Шамамен 25%
Барлығы		100

Әрбір құзыреттілік математикалық сауаттылықты қалыптастыру үшін өзекті ретінде қарастырылатын бірқатар жалпы оқу біліктіліктері арқылы нақтылануы мүмкін.

Жағдайды математикалық тұрғыдан тұжырымдамалауға оқушылардың математиканы қолдану мүмкіндігін тану және анықтау, содан кейін нақты әлем контекстінде ұсынылған мәселені математикалық құрылымға түрлендіру қабілеті кіреді. Мәселені математикалық тілде тұжырымдамалау барысында оқушылар мәселенің шешімін табу, жоспарлау, талдау үшін қажетті математикалық білімді курстың қай бөлімінен ала алатынын анықтайды. Мәселені нақты әлемнен математика саласына ауыстыра отырып және оған математикалық құрылым бере отырып, олар осы мәселеге тән шектеулер мен жорамалдардың мағынасын анықтайды және пайымдаулар жасайды.

Түсіндіру/бағалау оқушылардың математикалық шешімге, нәтижелерге немесе қорытындыларға қатысты ой қорыту, оларды осы әрекеттерге бастамашы болған нақты мәселе контекстінде түсіндіру және бағалау қабілеттерін қамтиды. Бұл іс-әрекет математикалық шешімнің нақты мәселенің контекстіне кері аударылуын және математикалық шешімнің немесе пайымдаулардың нәтижелері ақылға қонымды болып табылатындығын, олардың осы мәселенің контекстінде мағынасы бар-жоғын бағалауды қамтиды. Бұл үдеріс түсіндіруді, алынған математикалық шешімді бағалауды да қамтиды. Бұл ретте оқушыдан модельдеу үдерісін, сондай-ақ оның нәтижелерін көрсететін мәселе контекстінде түсінік немесе дәлелдер әзірлеу және ұсыну талап етілуі мүмкін.

Математикалық пайымдаулар логикалық ойлау элементтерін қамтиды: қорытынды жасау, дәлелдер келтіру, негіздеме беру; дәлелдермен, негіздемелер мен қорытындыларға қатысты пайымдаулар жасау; мәселені математика тілінде ұсынудың әртүрлі әдістері/модельдері, жорамалдар және шектеулер жайлы пайымдаулар жасау; математикалық тапсырма мен модель арасындағы ұқсастықты және айырмашылықтарды талдау, қолданылатын анықтамалар, ережелер, түсініктер, алгоритмдер және әдістер, математикалық шешім мен алынған нәтиже туралы пайымдаулар жасау.

Математикалық сауаттылықтың 6 деңгейі

Математикадан тапсырмалар 6 күрделілік деңгейі бойынша бөлінген, олардың әрқайсысына білім алушының құзыреттілігінің белгілі бір көрсеткіші сәйкес келеді. Тапсырмалардың бір блогы күрделіліктері әртүрлі деңгейдегі сұрақтарды қамтуы мүмкін.

Деңгей	Деңгейдің төменгі шегарасы	Математикалық сауаттылықтың осы деңгейіне жеткен оқушылар нені көрсете алады
6	669	Математикалық сауаттылығы осы деңгейге сәйкес келетін оқушылар күрделі проблемалық жағдайларды зерттеу және модельдеу негізінде өзі тапқан ақпаратты ұғынады, қорытады және пайдалана алады, олар өз білімдерін типтік емес контексттерде пайдалана алады. Олар әртүрлі үлгіде ұсынылған түрлі дерек көздерден алынған ақпаратты байланыстыра отыра пайдалана алады, еркін түрлендіруді және бір формадан екіншісіне ауыстыруды еркін орындай алады. Бұл оқушылар озық математикалық ойлау қабілетіне және пайымдаулар жасау қабілетіне ие. Олар жаңа проблемалық жағдайларды шешуге қатысты жаңа тәсілдер мен стратегияларды әзірлеу үшін математикалық символдарды, операциялар мен тәуелділіктерді иеленумен қатар түйсікті және түсінуді қолдана алады. Оқушылар өз іс-әрекеттері туралы ой бөлісе алады, өз іс-әрекеттері мен ой-пікірлері, интерпретациялар мен дәлелдерге қатысты пайымдауларын тұжырымдамалай алады, неліктен осы жағдайда пайдаланылғанын түсіндіре алады.
5	607	Оқушылар күрделі проблемалық жағдайлардың модельдерін құрып, олармен жұмыс істей алады, олардың шектеулерін тани алады және тиісті жорамалдарды анықтай алады. Олар осы модельдерге сәйкес келетін кешенді мәселелерді шешудің тиісті стратегияларын таңдай, салыстыра және бағалай алады. Ұсынылған жағдайды қарастыру кезінде бұл оқушылар дамыған ой-өрісі мен пайымдаулар жасау біліктерін, ақпарат ұсынудың өзара байланысты түрлерін, осы жағдайға сәйкес келетін символдар мен формальды тілді және түйсікті пайдалана отырып, мақсатты түрде жұмыс істей алады. Олар өздері орындаған жұмыс туралы пайымдаулар жасай бастайды және өз интерпретациясы мен пайымдауларын тұжырымдап, баяндай алады.

Деңгей	Деңгейдің төменгі шегарасы	Математикалық сауаттылықтың осы деңгейіне жеткен оқушылар нені көрсете алады
4	545	Оқушылар белгілі бір шектеулерге ие болуы мүмкін немесе кейбір жорамалдар жасауды талап ететін күрделі нақты жағдайлардың айқын анықталған (егжей-тегжейлі) моделдерімен тиімді жұмыс істей алады. Олар математикалық символдарды қоса алғанда, әртүрлі формада ұсынылған ақпаратты таңдап, біріктіре алады және оны ұсынылған нақты жағдайлардың түрлі аспектілерімен тікелей байланыстыра алады. Оқушылар өз біліктерінің шектеулі ауқымын пайдалана алады және қарапайым жағдайларда кейбір түйсік көрсете отырып, пайымдаулар жасай алады. Олар өз түсіндірмелерін, дәлелдерін және әрекеттерін негізге ала отырып, өз түсініктемелері мен дәлелдерін тұжырымдап, баяндай алады.
3	482	Оқушылар әрбір келесі қадамда шешім қабылдауды талап ететін рәсімдерді қоса алғанда, нақты сипатталған рәсімдерді орындай алады. Оларда қарапайым шешім әдістерін таңдау және қолдану үшін негіз бола алатын түсінік бар. Бұл оқушылар әртүрлі ақпараттық көздерге негізделген көз қарасты түсіндіруге және пайдалануға, және осы негізде тікелей пайымдауларды жүргізуге қабілетті. Олар әдетте пайыздармен, жай және ондық бөлшектермен пропорционалды тәуелділіктермен жұмыс істеу қабілетін көрсетеді. Олардың шешімдері қарапайым түсіндіру мен пайымдауларды жүргізуге қабілетті екенін көрсетеді.
2	420	Оқушылар контекстерде тікелей қорытынды жасауды талап ететін жағдайларды таниды және түсіндіре алады. Олар қажетті ақпаратты жалғыз дереккөзден алуға және жалғыз нышанда ұсынылған ақпаратты пайдалануға қабілетті. Оқушылар натурал сандарды қамтитын мәселелерді шешу үшін стандартты алгоритмдерді, формулаларды, рәсімдерді, келісімдерді немесе ережелерді қолдана алады. Олар алған нәтижелерді сауатты түсіндіре алады.
1	338	Оқушылар барлық қажетті ақпараттар мен сұрақтар анық көрсетілген кезде таныс контексттегі сұрақтарға жауап бере алады. Олар қажетті ақпаратты тануға және нақты анықталған жағдайларда тікелей нұсқауларға сәйкес стандартты рәсімдерді орындауға қабілетті. Олар ұсынылған жағдайдың сипаттауының тікелей салдары болатын және әрдайым айқын әрекеттерді орындай алады.

Ескерту

ЭЫДҰ математикадан PISA-2015 тест тапсырмаларын жарияламады. PISA-2015 зерттеуінің барлық тапсырмалары PISA-2018 зерттеуінде пайдаланылды және PISA-2021 зерттеуінде пайдаланылатын болады, онда математика тағы да негізгі бағыт болады [13, 446].

Пәндік білім, білік (PISA-2021)

Тақырыбы	Мазмұны
Өсу құбылысы	Өсу құбылыстары, сызықтық және сызықтық емес сипаттағы өзгерістер; мысалы, қандай да бір санды дәрежеге шығару кезінде пайда болатын заңдылықтарды қадағалау қажет.
Геометриялық жуықтаулар	Геометриялық түрлендірулер, аппроксимациялар, фигураларды бөлшектеу және құрастыру; мысалы, берілген ереже бойынша берілген фигуралардан ою-өрнек салу қажет.
Компьютерлік симуляциялар	Компьютерлік құрастыру және модельдеу; мысалы, картада маршруттарды көрсетілген ережелер бойынша көрсету қажет.
Шешімдерді шартты түрде қабылдау	Ұсынылған шарттарды немесе қосымша ақпаратты ескере отырып шешімдер қабылдау; мысалы, қандай да бір тауарды сатып алу кезінде осы тауар туралы сатып алушылар пікірлерінің статистикасы бар кестеде берілген хабарды ескеру қажет.
Функциялар	Функция ұғымы, мұнда негізгі назар сызықтық функцияларға бөлінеді, бірақ тек оларға ғана емес, олардың қасиеттері, оларды сипаттау мен бейнелеудің әртүрлі формалары. Әдетте, функцияларды ұсынудың сөздік, символдық, кестелік және графикалық түрлері қолданылады.
Алгебралық өрнектер	Ауызша интерпретация және алгебралық өрнектермен амалдар орындау, айнымалылардың мәндерімен, символдармен жұмыс істеу, айнымалылардың орнына мәндерін қойып өрнектің мәнін есептеу.
Теңдеулер және теңсіздіктер	Сызықтық теңдеулер, сызықтық теңдеулер және теңсіздіктер жүйелері, қарапайым квадраттық теңдеулер, шешудің аналитикалық және аналитикалық емес әдістері (мысалы, "сынамалар мен қателер" әдісі).
Координаттар жүйесі	Деректерді ұсыну және сипаттау, олардың орналасулары және тәуелділіктері.
Геометриялық нысандар аясындағы және екі өлшемді, үш өлшемді кеңістіктегі геометриялық нысандар арасындағы қатынастар	Фигуралардың элементтері арасындағы алгебралық байланыстар іспетті статикалық қатынастар (мысалы, тікбұрышты үшбұрыштың қабырғалары арасындағы қатынасты анықтайтын Пифагор теоремасы, үшбұрыштың қабырғалары арасындағы қатынастар), салыстырмалы орналасу, теңдік және ұқсастық, жазықтықтағы және кеңістіктегі объектілердің қозғалысын қамтитын динамикалық тәуелділіктер, сондай-ақ екі өлшемді және үш өлшемді объектілер арасындағы қатынастар. Екі параллель түзу және қиюшы арасындағы бұрыштардың қатынастары. Үшбұрыш ауданының, тіктөртбұрыш ауданының және периметрінің формулалары. Кеңістіктік фигуралар және олардың қасиеттері (тікбұрышты параллелепипед, сфера, конус, цилиндр), беттің ауданы мен фигураның көлемін есептеу формулалары.
Өлшеулер	Фигуралар мен объектілер қасиеттерінің, фигуралар мен объектілер арасындағы бұрыштардың, қашықтықтардың, ұзындықтардың, периметрдің, шеңбердің, ауданның және көлемнің сандық сипаттамалары.

Сандар және өлшем бірліктері	Сандар туралы түсінік, сандарды және есептеу жүйелерін ұсыну, бүтін және рационал сандардың қасиеттері, иррационал сандар туралы бастапқы түсініктер. Уақыт, ақша, масса, температура, қашықтық, аудан, көлем, сондай-ақ туынды шамалар (мысалы, жылдамдық — км/сағ) және олардың сандық өрнегі сияқты шамалардың мәндері мен өлшем бірліктері.
Арифметикалық және алгебралық амалдар	Осы амалдардың және қабылданған келісімдердің (мысалы, заңдардың) мағынасы мен қасиеттері, соның ішінде сандарды натурал дәрежеге шығару және қарапайым квадрат түбірден шығару.
Пайыз, қатынастар және пропорциялар	Олардың шамасын есептеу, мәселелерді шешу үшін пропорцияларды және тура пропорционалды қатынастарды қолдану.
Есептеу принциптері	Қарапайым терулер және алмастырулар (нұсқалардың санын тікелей есептеуге берілген).
Бағалау	Қойылған мақсатқа сәйкес келетін шамалар мен сандық өрнектердің жуық мәндері, соның ішінде мәнді цифрлар және дөңгелектеу.
Деректер жинағы, ұсыну және түсіндіру	Табиғат, шығу тегі, әртүрлі деректердің жиынтығы, оларды ұсырудың және түсіндірудің әртүрлі тәсілдері.
Деректердің өзгергіштігі және оның сипаттамасы	Өзгергіштік, үлестірім, деректер жинағының орталық үрдісі, сандық өрнектердегі осы деректерді сипаттау және түсіндіру тәсілдері сияқты ұғымдар.
Таңдамалар және таңдамаларалу	Таңдама ұғымы және деректер жиынтығынан таңдама алу, сонымен қоса таңдаманың қасиеттері негізінде жасалған қарапайым қорытындылар.
Кездейсоқтық және ықтималдық	Кездейсоқ оқиға ұғымы, кездейсоқ өзгеріс және оны сипаттау, оқиғалардың жиілігі және ықтималдығы, ықтималдық ұғымының негізгі аспектілері.

Құзыреттіліктер (PISA-2021)

Математикалық білім беру жүйесін жаңғыртудың негізгі бағыты өзара байланысты педагогикалық тәсілдер – құзыреттілікке, іс-әрекетке, жеке тұлғаға-бағытталуға негізделген және т.б. заманауи тәсілдер арнасында математиканы оқытудың мазмұнын, әдістері мен формаларын жетілдіру болып табылады.

Жағдайды математика тілінде тұжырымдамалау

Жағдайды математикалық тұжырымдамалау математиканы қолдану мүмкіндігін тану және анықтау, қолда бар жағдайды қабылдау және оны математикалық өңдеуге келетін түрге өзгерту, сипатталған жағдайдың ерекшеліктерін көрсететін математикалық модель құру; айнымалыларды анықтау, мәселені немесе оның шешімін жеңілдететін жағдайлар мен жорамалдарды ойластыру және түсіну қабілеттерін қамтиды.	Бағдарламадағы оқу мақсаттарының мысалдары: - формуламен немесе кестемен берілген тәуелділіктер үшін кестені құру; - есептің шарты бойынша математикалық модель құру; - Эйлер-Венн диаграммасын пайдалана отырып, есептерді шешу; - комбинаторлық есептерді мүмкін нұсқаларды сарқа талдау әдісімен шешу
--	---

«Жағдайды математикалық тұжырымдамалау» құзыреттілігін қалыптастыруға бағытталған оқу мақсаттарын жүзеге асыру мысалдарын қарастырайық

PISA математикалық мазмұны: Деректердің өзгергіштігі және оның сипаттамасы

Оқу мақсаттары:

5.4.3.3 кесте немесе диаграмма түрінде берілген статистикалық ақпаратты алу;

6.5.2.10 шынайы процестердің графиктерін қолданып, шамалар арасындағы тәуелділіктерді табу және зерттеу.

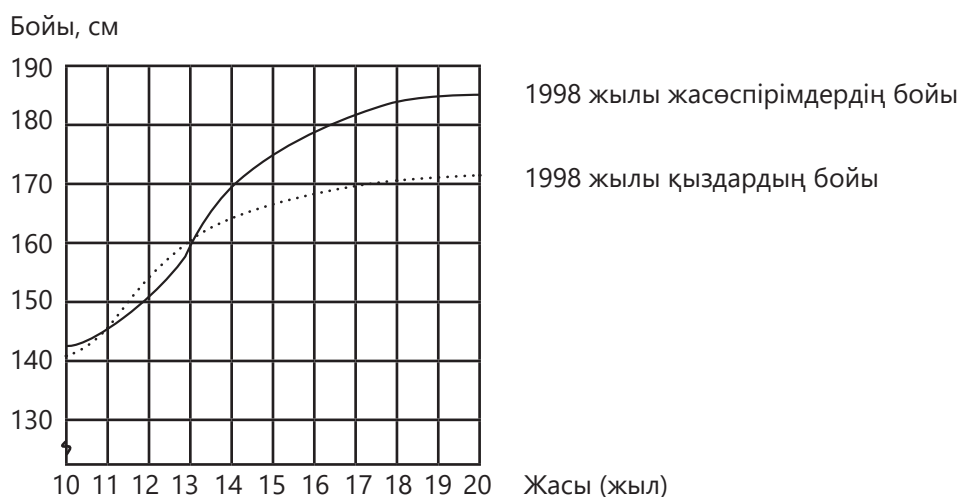
Бойдың өсуі

Кестеде 1998 жылы Нидерландыда қыздар мен жасөспірімдердің орташа бойы көрсетілген. 1980 жылмен салыстырғанда 1998 жылы 20 жастағы қыздардың орташа бойы 2,5 см-ге артып, 170,6 см-ге тең болды.

а) 1980 жылы қыздардың орташа бойы қандай болды?

ә) Графикті пайдалана отырып, қай жастағы қыздардың орташа бойы сол жастағы жігіттердің орташа бойынан жоғары екенін анықтаңыз.

б) Осы график бойынша қыздардың өсуі орта есеппен 12 жастан кейін баяулайтынын қалай анықтауға болатынын түсіндіріңіз.



Жауабы:

а) 168,3 см

ә) 11 жастан 13 жасқа дейін қыздардың орташа бойы сол жастағы жігіттердің орташа бойынан жоғары

б) 10 жастан 12 жасқа дейін, яғни екі жылда, қыздардың орташа бойы шамамен 15 см-ге өседі. 12 жастан кейін қыздардың орташа бойы тағы 15 см-ге өсуі алты жылдан кейін орын алады, яғни 12 жастан кейін орташа бойдың өсуі баяулайды.

Математикалық ұғымдарды, факторларды, рәсімдерді қолдану

Математикалық ұғымдарды, фактілерді, пайымдау рәсімін қолдану

- математикалық ұғымдарды, фактілерді, рәсімдерді, пайымдауларды және құралдарды шешім немесе қорытынды алу үшін қолдану қабілетін қамтиды.

Бұл іс-әрекет нәтижелерді және математикалық шешімді алу үшін қажетті математикалық рәсімдерді орындауды қамтиды (мысалы, алгебралық өрнектермен және теңдеулермен немесе басқа математикалық модельдермен амалдар орындау, математикалық диаграммалар мен графиктердегі ақпаратты талдау, кеңістіктегі геометриялық пішіндермен жұмыс істеу, деректерді талдау).

Модельмен жұмыс істеу, заңдылықтарды анықтау, шамалар арасындағы байланысты анықтау және математикалық дәлелдер жасау.

Бағдарламадағы оқу мақсаттарының мысалдары:

- көбейтіндінің берілген натурал санға бөлінгіштігін талдау;
- қосындының және айырымның берілген натурал санға бөлінгіштігін талдау;
- заңдылықтарды ойлап табу және бөлшектерден құралған тізбектерді құру;
- статистикалық кесте, жиілік полигоны, гистограмма бойынша ақпаратты талдау.

«Математикалық ұғымдарды, факторларды, рәсімдерді қолдану» құзыреттілігін қалыптастыруға бағытталған оқу мақсаттарын жүзеге асыру мысалдарын қарастырайық

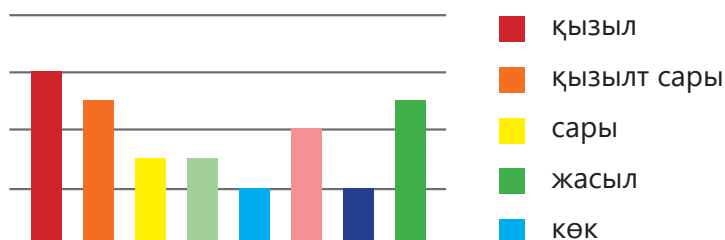
PISA математикалық мазмұны: Кездейсоқтық және ықтималдық

Оқу мақсаттары:

55.4.3.3 кесте немесе диаграмма түрінде берілген статистикалық ақпаратты алу;
6.5.2.10 шынайы процестердің графиктерін қолданып, шамалар арасындағы тәуелділіктерді табу және зерттеу;

Түрлі түсті кәмпиттер

Анасы Рауанға қораптың ішіне қарамай одан бір кәмпит алуға рұқсат берді. Қораптағы әр түсті кәмпиттер саны диаграммада көрсетілген.



Рауанның қызыл кәмпит алуының ықтималдығы қандай?

- а) 10%; ә) 20%; б) 25%; в) 50%;

Шешімі: Диаграммадағы деректер бойынша қораптағы кәмпиттер санын табайық: $6+5+3+3+2+4+2+5=30$ кәмпит, олардың ішінде 6 қызыл кәмпит. Қызыл кәмпит алып шығудың ықтималдығы: $\frac{6}{30} = 0,2 = 20\%$.

Жауабы: ә) 20%.

Математикалық нәтижелерді түсіндіру, пайдалану және бағалау

- математикалық шешімді немесе нәтижелерді пайымдау, оларды нақты мәселе тұрғысынан түсіндіру және бағалау қабілетін қамтиды.

Бұл іс-әрекет математикалық шешімді нақты мәселе контекстіне аударуды, математикалық шешімнің шынайылығын бағалауды немесе мәселенің контекстіне қатысты пайымдауларды қамтиды.

Бұл рәсім алынған шешімді түсіндіруді және бағалауды немесе нәтижелердің ақылға қонымды және ұсынылған жағдай шеңберінде мағынасы бар екенін анықтауды қамтиды.

Бұл ретте мәселенің контекстісін ескере отырып, түсініктеме немесе дәлел әзірлеу қажет болуы мүмкін.

Құзыреттілік бойынша бағдарламадағы оқу мақсаттарының мысалдары:

- квадрат түбірдің мәнін бағалау;
- нақты үдерістердің графиктерін пайдалана отырып, шамалар арасындағы тәуелділіктерді зерттеу;
- тура пропорционалды шамалар арасындағы нақты тәуелділік графиктерін түсіндіру;
- сызықтық өлшемдерді өзгерту кезінде квадраттың ауданы мен кубтың көлемі қалай өзгередінін бағалау.

«Математикалық пайымдаулар» құзыреттілігін қалыптастыруға бағытталған оқу мақсаттарын жүзеге асыру мысалдарын қарастырайық

Өсу құбылысы

Шама өзінің мәніне пропорционалды жылдамдықпен өсетін тізбектер экспоненциалды өсуді көрсетеді. Экспоненциалды өсу аурудың таралуы, микроорганизмдердің көбеюі, ядролық тізбектік реакция жылдамдығы, интернет-трафиктің өсуі сияқты құбылыстарға тән.

Іс жүзінде барлық экономикалық, қаржылық және саяси көрсеткіштер (сату көлемі, пайда, акциялар бағамы, ЖІӨ және халық саны сияқты) уақыт бірлігіндегі салыстырмалы өзгеріс түрінде есептеледі, демек, экспоненциалды өсу біздің әлем қандай құрылым екенін түсіну үшін өте маңызды [12].

Экспоненциалды өсу ұғымын енгізгенде қарапайым мысал қарастыруға болады: қағаздың үлкен парағын бірте-бірте бүктейтін болса, қағаздың бумасы қалыңдай береді, әрбір кезекті бүгу қиын бола береді, мысалы жетінші рет қағазды бүгу іс жүзінде мүмкін емес. Осы сәтте қағаздың қалыңдығы бір парақтың қалыңдығынан 128 есе артық болады, бұл 256-беттік кітаптың қалыңдығына тең.

Экспоненциалды өсу құбылысын "Арифметикалық және геометриялық прогрессиялар" тақырыбына мәтіндік есептерді шешу кезінде қарастыру ұсынылады.

Қазақстандық оқушылардың функционалдық сауаттылығының деңгейін арттыру білім берудің жаңартылған мазмұнын табысты іске асыру арқылы, яғни оқу үдерісінде кешенді жүйелік-әрекеттік тәсілді іске асыру арқылы жоспарланған пәндік, пәнаралық және тұлғалық нәтижелерге қол жеткізу есебінен қамтамасыз етілуі мүмкін. Әрбір мұғалім өзінің оқу үдерісінде қолданатын тапсырмалар жүйесін талдау керек. Ол өз жұмысының нәтижесі көп жағдайда сабақта және балалардың үйде сабаққа дайындалу кезінде қолданылатын материалдардың сапасына байланысты екенін есте сақтауы тиіс.

Функционалдық сауаттылық білімді үйреншікті оқу барысында емес, нақты жағдайда оқу дану қабілеті арқылы көрінеді. Сондықтан тапсырмада контекстің болуы функционалдық сауаттылықты қалыптастыруға және бағалауға арналған тапсырмаларды таңдаудағы маңызды шарт болып табылады. Өз кезегінде, контекстте ақпарат суреттер, сандар, математикалық символдар, формулалар, диаграммалар, карталар, кестелер түрінде ұсынылуы мүмкін. Функционалдық сауаттылықты қалыптастыруға арналған типтік тапсырмалар оқушылардан байланыстырылған графиктер жиынтығын және мәтінді түсіндіруді, графиктегі немесе кестедегі ақпаратпен мәтінді байланыстыруды және қажетті ақпаратты алуды, сондай-ақ әртүрлі есептеулерді орындауды талап етеді.

1-мысал. Кестеде қыздыру шамдарының, галогенді, энергия үнемдегіш және жарықдиодты шамдардың орташа қуаттылықтарының сәйкестігі көрсетілген.

Қыздыру шамы	25 Вт	40 Вт	60 Вт	75 Вт	100 Вт
Галогенді шам	18 Вт	28 Вт	42 Вт	53 Вт	70 Вт
Энергия үнемдегіш шам	6 Вт	9 Вт	12 Вт	15 Вт	20 Вт
Жарықдиодты шам	3 Вт	5 Вт	8 Вт	10 Вт	13 Вт
Жарық ағымы, Лм	220	400	650	900	1200

Марал жарық ағынын өзгертусіз қалдырып, қуаттылығы 60 ватт қыздыру шамын энергия үнемдейтін шамға ауыстыруды жоспарлап отыр. Энергия үнемдейтін шамның қуаты қыздыру шамына қарағанда қанша аз? [4]

Жауабы: $60 - 12 = 48$ Вт

2-мысал. Диаграммада сүт шоколадындағы қоректік заттардың құрамы көрсетілген.

Диаграммаға сүйене отырып, 100 г сүт шоколадында қанша май бар екенін анықтаңыз. [7]

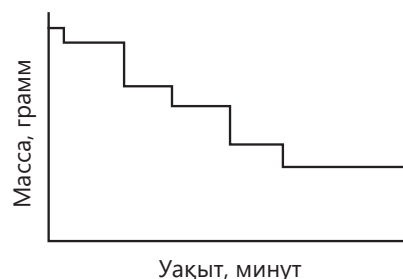
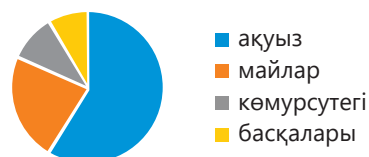
Жауабы: шамамен 20-25 г.

3-мысал. Арман пакеттен мейіз жейді.

Кестеде уақыт ағымымен пакеттегі мейіз массасының өзгеруі көрсетілген.

а) Арман кестедегі тік кесінділермен бейнеленген уақыт кезінде не істейді?

Сүт шоколады



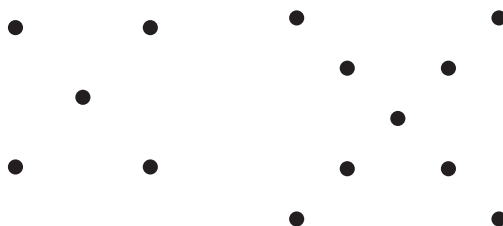
- ә) Тік кесінділер неге әртүрлі?
 б) Арман пакетте болған бүкіл мейізді жеді ме?
 в) Жауабыңызды негіздеңіз.

Жауаптар:

- а) пакеттен мейіздер алады;
 ә) Арман пакеттен алған мейіздердің массасы әртүрлі;
 б) жоқ.

4-мысал. Суретте 5 және 9 нүктеден тұратын X пішіндегі екі фигура бейнеленген.

- а) Келесі екі фигураны сызыңыз.



- ә) Келесі кестені толтырыңыз

Фигура №	1	2	3	4	5	6
Нүктелер саны	5	9				

- б) 20 нөмірлі фигурадағы нүктелердің санын табыңыз.
 в) n -ші фигурадағы нүктелер санын n арқылы өрнектеңіз.

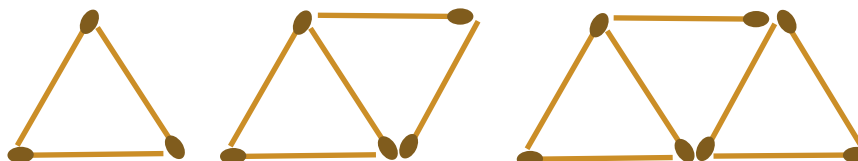
Жауаптар:

- ә)

Фигура №	1	2	3	4	5	6
Нүктелер саны	5	9	13	17	21	25

- б) 81.
 в) $x_n = 4n + 1$.

5-мысал. Сіріңке шилерінен құрылған үшбұрыштарды зерттеңіз.



- а) Келесі екі фигураны сызыңыз.
 ә) Келесі кестені толтырыңыз.

Фигура №	1	2	3	4	5	6
Шилердің саны	3					

- б) 20 нөмірлі фигурадағы шилердің санын табыңыз.

в) n -ші фигурадағы шилердің санын n арқылы өрнектеңіз [5, 63 б.].

Жауаптары:

Фигура №	1	2	3	4	5	6
Шилердің саны	3	5	7	9	11	13

б) 41.

в) $x_n = 2n + 1$

Функционалдық сауаттылықты дамытуға сыни ойлау технологиясы әдістерін қолдану ықпал етеді. Сыни ойлауды дамыту технологиясында сабақты құру *шақыру – ұғыну – рефлексия* схемасы бойынша жүргізіледі және тәсілдер мен стратегиялар жиынтығын ұсынады. Математика сабақтары үшін маңызды тәсілдерді атап өтейік:

«**Кластер**» — мәтінде сипатталған қандай да бір ұғымға, құбылысқа, оқиғаға қатысты ақпарат кластерлер түрінде жүйеленеді. Негізінде басты түсінік болуы керек. Бұл әдісті "Көпмүшеліктер", "Тізбектер", "Көпбұрыштар" сияқты тақырыптарды қарастырғанда қолдануға болады.

«**Дұрыс және дұрыс емес тұжырымдар**» — оқушылар мұғалім ұсынған "дұрыс тұжырымдарды" тандап, берілген тақырыпты сипаттайды. Содан кейін оқушылар өз жауабын негіздейді. Негізгі ақпаратпен (параграфтың мәтіні, таратпа материал) танысқаннан кейін оқушылар осы тұжырымдарға оралады және сабақта алынған ақпаратты пайдалана отырып, олардың нақтылығын бағалайды. Әдіс "Теңсіздіктер", "Төртбұрыштарды зерттеу" және т. б. тақырыптарды зерттеу кезінде қолданылуы мүмкін.

«**Әрқашан – кейде – ешқашан**» — оқушылар тұжырымдарды талдау негізінде оларды не "әрқашан", не "кейде", не "ешқашан" бөлімдеріне орналастырады. Әдіс бөлімді оқып-үйрену аяқталған кезде білімді жүйелеу үшін немесе бұрын өткен материалды қайталау үшін пайдаланылуы мүмкін. Төменде "Фигуралар ауданы", "Нақты сандар" тақырыптары бойынша осы әдісті қолдану мысалдары келтірілген.

6-мысал. Төмендегі тұжырымдарды а) – е) әріптерін кестенің тиісті ұяшықтарына қою арқылы әрқашан, кейде, ешқашан санаттары бойынша орналастырыңыз:

Әрқашан	Кейде	Ешқашан

а) Егер теңбүйірлі трапецияның доғал бұрышынан түсірілген биіктік табан қабырғасын ұзындықтары m және n болатын кесінділерге бөлсе, онда трапецияның орта сызығы m -ге немесе n -ге тең.

ә) Теңбүйірлі үшбұрыштың табанындағы кез келген нүктеден үшбұрыштың бүйір қабырғаларына дейінгі қашықтықтардың қосындысы бүйір қабырғасына жүргізілген биіктіктен артық болады.

б) Төртбұрыштың ауданы оның диагональдарының көбейтіндісінің жартысына тең болады.

в) Параллелограмның диагональдарының қиылысу нүктесі арқылы жүргізілген түзу параллелограмды аудандары тең екі бөлікке бөледі.

г) Үшбұрыштың қабырғаларына сырттай аудандары S_1 , S_2 , S_3 болатын тең қабырғалы үшбұрыштар салынған. Егер $S_1 \leq S_2 \leq S_3$ теңсіздіктері орындалса, онда $S_1 + S_2 = S_3$.

Жауабы:

Әрқашан	Кейде	Ешқашан
а), в)	б), г)	ә)

7-мысал. Келтірілген тұжырымдар әрқашан, кейде орындалады ма, немесе ешқашан орындалмайды ма? Өз жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

- а) Екі рационал санның қосындысы рационал сан болады.
- ә) Рационал және иррационал сандардың қосындысы иррационал сан.
- б) Екі иррационал санның қосындысы рационал сан болады.
- в) Рационал және иррационал сандардың көбейтіндісі иррационал сан.
- г) Екі иррационал санның көбейтіндісі рационал сан болады. [6]

Жауабы:

- а) әрқашан ә) әрқашан б) кейде в) әрқашан г) кейде

"Құзыреттілікке бағытталған" тапсырмаларды жүйелі түрде қолдану оқушылардың математикалық сауаттылығын арттыруға ықпал етеді. Стандартты математикалық есептерге қарағанда құзыреттілікке бағытталған тапсырмалардың маңызды ерекшелігі:

- 1) алынған нәтиженің маңыздылығы (танымдық, кәсіби, жалпы мәдени, әлеуметтік), ол оқушының танымдық уәждemesін (мотивациясын) қамтамасыз етеді;
- 2) есептің шарты сюжет, жағдай немесе мәселе ретінде тұжырымдалған, оны шешу үшін есептің мәтінінде айқын көрсетілмеген білімді (негізгі пәннің әртүрлі бөлімдерінен — математикадан, басқа пәннен немесе өмірден) пайдалану қажет;
- 3) тапсырмадағы ақпарат пен деректер әртүрлі формада ұсынылуы мүмкін (сурет, кесте, схема, диаграмма, график және т. б.), бұл объектілерді тануды талап етеді;
- 4) есепті шешу кезінде алынған нәтижені қолдану аймағын (айқын немесе айқын емес) көрсету.

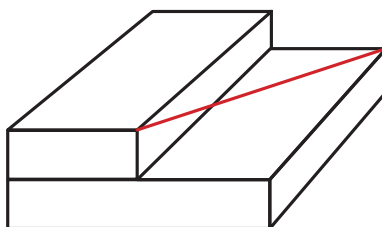
Құзыреттілікке бағытталған тапсырмалар әртүрлі сабақтарда қолданылуы мүмкін: жаңа материалды оқу, білімді бекіту, білімді кешенді қолдану, білімді жинақтау және жүйелеу, бақылау, бағалау және түзету сабағы. [9]

8-мысал. Өлшемі $30\text{ см} \times 15\text{ см} \times 10\text{ см}$. болатын сыйлық қорабы бар. Егер әрбір өлшемі және салмағы бірдей мандариннің диаметрі 5 см , ал салмағы 85 г болса, қанша килограмм мандарин қорапқа сыяды.

Жауабы: $36 \times 85\text{ г} \approx 3\text{ кг}$.

9-мысал. Бірнеше бірдей кірпіш бар. Сызғыштың көмегімен кірпіштің диагоналін өлшеу тәсілін табу қажет.

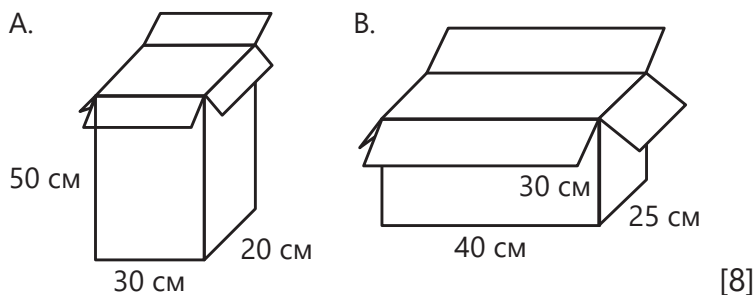
Шешімі:



10-мысал. 7 рет жуудан кейін шаруашылық сабынның ұзындығы, ені және биіктігі екі есе азайды. Сабын тағы қанша жууға жетеді?

Жауабы: бір жууға.

11-мысал. Балмұздақ саудагеріне балмұздақ қораптарының екі түрі ұсынылды (төмендегі сурет). Қораптар сыйымдылығы бірдей, бірақ балмұздақ баяу еритін қорапты таңдау керек. Саудагер А нұсқасын тандаса, саудагердің таңдауы дұрыс ма?



Шешімі: Балмұздақ баяулау еру үшін қорап беттерінің жалпы ауданы кіші болуы керек. Әр қораптың беттерінің жалпы ауданын есептейік:

$$S_A = 2(30 \cdot 50 + 20 \cdot 50 + 30 \cdot 20) = 6200 \text{ см}^2$$

$$S_B = 2(30 \cdot 40 + 30 \cdot 25 + 40 \cdot 25) = 5900 \text{ см}^2$$

Жауабы: Жауабы: саудагердің таңдауы дұрыс емес, ол В қорабын таңдау керек.

Қандай да бір практикалық есепті аяғына дейін шешудің барлық жағдайларында сандық нәтиже алу қажет. Бастапқы деректердің дәлдігін бағалай білу керек, сондай-ақ алынған сандық нәтижелерді практикалық пайдалану кезінде нәтиженің қандай дәлдігіне қол жеткізуге болатынын және нәтиженің қандай дәлдігін анықтау керек. Жуықтап есептеу теориясының элементтері математиканың 5-сыныбынан 11-сыныпқа дейінгі барлық курсы бойынша бөлінген. Практикалық тапсырмаларды шешу кезінде оқушыларды есептеу нәтижелерін шамалауға үйрету маңызды. Мысалы, митингке қатысушылардың саны, қадамның көз мөлшермен алынған ұзындығы, ондық бөлшектерді есептеу.

12-мысал. Төменде шеруге жиналған адамдардың суреті көрсетілген (жоғарыдан көрініс)..

Шеруге шамамен қанша адам қатысқанын көрсет.

- а) 1000;
- ә) 10 000;
- б) 100 000;
- в) 1000 000;
- г) 10 000 000.



Шешімі:

$$S \approx 16 \cdot 10 = 160 \text{ см}^2$$

$$10 \text{ адам} \approx 0,5 \text{ см} \cdot 0,5 \text{ см} = 0,25 \text{ см}^2$$

$$160 \div 0,25 = 640$$

$$640 \cdot 10 \approx 10000$$

Жауабы: ә) 10 000.

7-сыныпта "Бүтін көрсеткішті дәреже" тақырыбын оқу кезінде келесі мысалдарды қарастыруға болады.

13-мысал. 30 жыл ішінде жад картасының тығыздығы әрбір 18 айда 2 есе өсіп отырды. Қазіргі уақытта тығыздық 1 мм^2 үшін 10^9 бит құрайды. 30 жыл бұрынғы жад картасы тығыздығының мәнін шамамен анықтаңыз.

- а) 10^3 бит/ мм^2 ;
- ә) $3 \cdot 10^4$ бит/ мм^2 ;
- б) 10^6 бит/ мм^2 ;
- в) $3 \cdot 10^7$ бит/ мм^2 ;
- г) 10^9 бит/ мм^2 . [4]

Шешімі:

- 1) $30 \text{ лет} \div 18 \text{ месяцев} = 20$
- 2) $2^{20} \approx 10^6$
- 3) $10^9 \div 10^6 = 10^3$

Жауабы: а) 10^3 бит/ мм^2 .

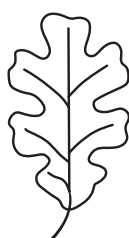
14-мысал. $\frac{14}{15} + \frac{8}{9} + \frac{1}{7}$ қосындысын бүтін санға дейін жуықтаңыз.

- а) 23; ә) 31; б) 1; в) 2; г) 3.

Жауабы: в) 2.

Фигуралардың аудандары мен периметрлерін табуға байланысты тақырыптарды өту кезінде стандартты геометриялық фигураларды (үшбұрыш, параллелограмм, ромб, трапеция) қараумен қатар стандартты емес фигуралардың аудандары мен периметрлерін (жуық мәндерін) қарау ұсынылады.

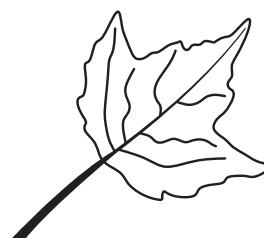
15-мысал. Жапырақтардың аудандарын бағалау.



Емен



Қайың



Үйеңкі

а) Жоғарыда үш ағаш жапырақтарының суреттері көрсетілген. Қай жапырақ бетінің ауданы ең үлкен? Оны табу үшін аудандарды қалай өлшейсіз? Өлшеу кезінде қандай қиындықтар бар екенін түсіндіріңіз

ә) Негізінде ағаштағы жапырақтардың бір-бірінен айырмашылығы бар. Мысалы, әрбір ағаштан 100 жапырақтан алынған делік. Жапырақтардың әрбір түрінің орташа ауданын қалай бағалайсыз?

Сіз ұсынған а) бөлімінде қолданылған әдісті ә) бөлімінде бірнеше рет қолданылуы сізді шаршатуы мүмкін шығар. [3]

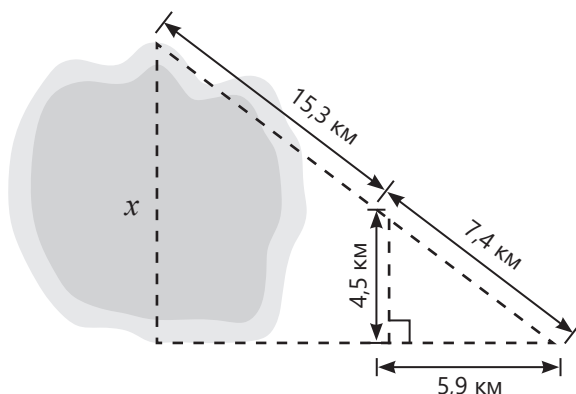
16-мысал. Стандартты емес фигураның ауданы ретінде оған сәйкес келетін геометриялық фигураны қолдануға болады (мысалы, құрлықтың тиісті бөліктерін тікбұрыштармен, шеңберлермен, үшбұрыштармен ауыстыру).



17-мысал. Атомдар протондардан, нейтрондардан және электрондардан тұрады. Электронның массасы протонның массасының $5,4466 \cdot 10^{-4}$ бөлігін құрайды және $9,10956 \cdot 10^{-31}$ кг болады. Протонның массасын табыңыз, жауабын стандартты сан түрінде негізгі мәнін жүздікке дейін жуықтап жазыңыз.

Шешімі: Шешімі: протон массасы $9,10956 \cdot 10^{-31} \div 5,4466 \cdot 10^{-4} = 1,67 \cdot 10^{-27}$.

18-мысал. Суретте x арқылы көлдің жуықтап алғандағы ұзындығы белгіленген. Көлдің ауданын 1 км^2 дәлдікпен жуықтап табу керек 1 км^2 .



Шешімі: x шамасын табайық:

$$\frac{15,3 + 7,4}{7,4} = \frac{x}{4,5}$$

$$x \approx 13,8; r = 6,9$$

$$S \approx \pi \cdot (6,9)^2 = 150 \text{ см}^2$$

19-мысал. 2000 теңгелік купюраның көлемін жуықтап қалай есептеуге болатынын түсіндір.



Шешімі: Купюраның қалыңдығын бағалайық. Ол үшін мүмкіндігінше купюралардың көбірек санын тығыз бумаға жинап, буманың қалыңдығын өлшеуге болады. Өлшеу нәтижесін бумадағы купюралар санына бөліп, купюра қалыңдығын шамалап табуға болады.

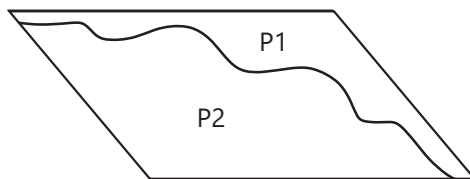
1) Купюраның қалыңдығы шамамен $0,1 \text{ мм}$.

2) Купюраның ұзындығы 139 мм.

3) Купюраның ені 73 мм.

Жауабы: $0,1 \cdot 139 \cdot 73 = 1014,7 \text{ мм}^3 \approx 1 \text{ см}^3$.

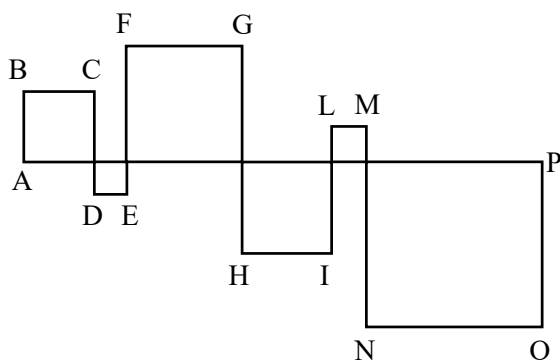
20-мысал. Параллелограмм суретте көрсетілгендей P1 және P2 бөліктеріне бөлінген. Дұрыс тұжырымды таңдаңыз.



- а) P1 және P2-нің аудандары тең;
- ә) P1 және P2-нің периметрлері тең;
- б) P2-нің ауданы P1-дің ауданынан кем;
- в) P2-нің периметрі P1-дің периметрінен үлкен;
- г) Жоғарыдағы бірде бір тұжырым дұрыс емес

Жауабы: ә).

21-мысал. Суретте көрсетілген шаршылар AP (24 см) кесіндісі және осы кесіндіні қиятын ABC...OP сынық сызық арқылы алынды. ABC...OP сынық сызықтың ұзындығын табыңыз.



Жауабы: $3 \cdot 24 = 72 \text{ см}$

22-мысал. Әрқайсысының ауданы 1 см^2 болатын 12 шаршыдан құрылған фигураның пішіні төмендегідей:

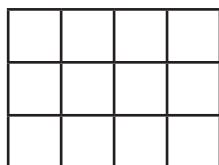


*Ескерту: Шаршылар толық жанасып тұрулары қажет.
Ішінара жанасуға болмайды.*

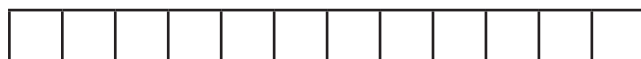
- а) 12 шаршыны басқаша орнату арқылы фигураның периметрін азайтуға бола ма?
- ә) 12 шаршыны басқаша орнату арқылы фигураның периметрін үлкейтуге бола ма?
- б) Шаршылардың басқа санын пайдаланып көріңіз. Не байқадыңыз?

Жауабы: Берілген фигураның периметрі 18 см-ге тең.

а) Болады. Мысалы, $P - 14$ см.

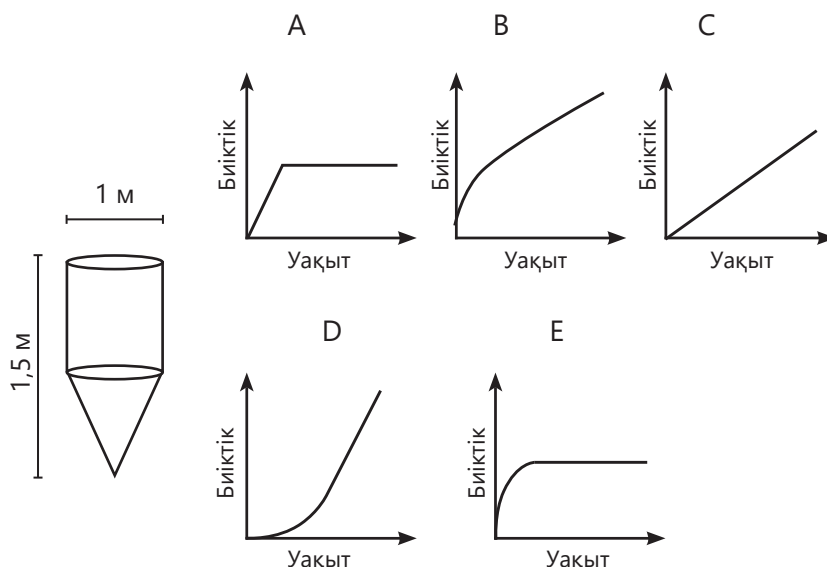


ә) Болады. Мысалы, $P - 26$ см.



Шамалардың арасындағы әртүрлі тәуелділіктер зерттелетін математикалық модельдерді құру кезінде негізгі элементар функцияларды (сызықтық, квадраттық және т.б.) пайдаланумен қатар стандартты емес функцияларды қарастыру қажет. Бұл практикалық есептерде шамалардың арасындағы әртүрлі тәуелділіктер кездеседі деп түсіну үшін қажет.

23-мысал. Суға арналған резервуардың суретте көрсетілгендей пішіні мен өлшемдері бар. Бастапқыда резервуар бос. Содан кейін ол секундына бір литр жылдамдықпен суға толтырылған. Келесі графиктердің қайсысы су бетінің биіктігі уақыт өткен сайын қалай өзгередінін көрсетеді?



Жауабы: В.

24-мысал. Төменде берілген теңдеулер әртүрлі функцияларды анықтайды.

P функциясы: $y = \frac{3}{x} + 2$; Q функциясы: $y = \frac{1}{3}x + 2$.

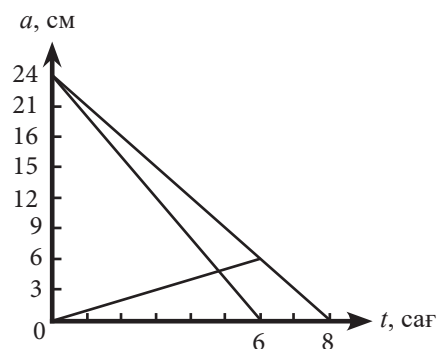
Функциялардың қайсысы сызықтық, ал қайсысы сызықтық емес екендігін анықтаңыз.

Жауабы: функция Q — сызықтық, функция P — сызықтық емес.

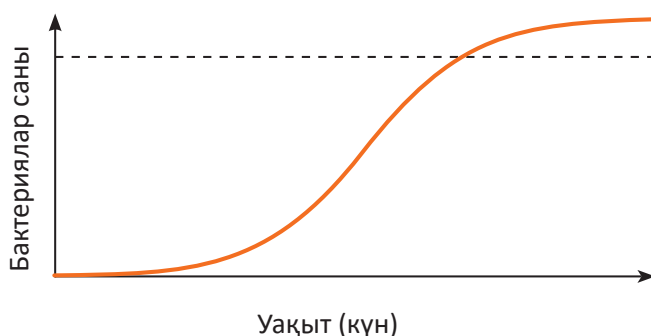
25-мысал. Биіктіктері 24 см болатын екі шырақ бір мезгілде тұтатылған. Бір шырақ 6 сағатта, ал екіншісі 8 сағатта толық жанып біткен. Осы шырақтардың биіктіктерінің айырмасын өрнектеңіз. Жану уақытын t (сағ) деп алыңыз. Бірінші шырақ жанып біткенде, екінші шырақтың биіктігі қандай болған?

Жауабы: $a_2 - a_1 = (24 - 3t) - (24 - 4t) = t$, 6 см.

Математикалық пайымдаулар дағдыларын дамытудың тиімді тәсілдерінің бірі ауызша түсініктеме талап ететін тапсырмаларды қолдану болып табылады. Мұндай тапсырмаларды оқу бағдарламасының кез келген бөлімін оқу кезінде қолдануға болады.



26.-мысал. Кесте белгілі бір бактериялар санының уақытқа тәуелділігін сипаттайды. Уақытқа байланысты бактериялар санының өзгеруін егжей-тегжейлі сипаттаңыз.



27-мысал. «Судоку». Неге жұлдызшаның орнына 1 санын қоюға болатынын түсіндіріңіз.

	5	8	*			6	2	
			9		7			
7	1			2			4	9
		3	2		5	8		
6								1
		9	6		4	5		
3	6			9			5	4
			4		1			
	8	4				9	1	

[3]

Шешімі: *жұлдызшасы бар бағанды қарастырайық. Судоку шарты бойынша бұл бағанда 1 цифры болу керек. Жоғарыдан санағандағы 3-ші және 5-ші торкөздерге 1 цифрын қоюға болмайды, себебі оларға сәйкес жолдарда 1 цифры бар. Қарастырылып отырған бағандағы 7-ші және 9-шы торкөздергеде 1 цифрын қоюға болмайды, себебі оларға сәйкес 3х3 шаршысында 1 цифры бар. Демек, 1 цифрын * орнына қою керек.

Оқушылардың математикалық сауаттылығын дамыту үшін есептерді шешуге үйрету ғана емес, сонымен қатар ұсынылған шешімдерді талдай білуді қалыптастыру маңызды. Есептің шешімін талдау барысында оқушылар пайымдаудағы қателіктерді немесе тапсырма шартындағы қателіктерді анықтай алады.

28-мысал. Спирттің әртүрлі пайыздық құрамы бар үш ерітінді бар. Егер оларды 1:2:3 пропорциясында араластырса, 20%-дық ерітінді, ал 5:4:3 пропорциясында араластырса, 50%-дық ерітінді алынады. Бірдей көлемде араластырылған ерітіндіде спирттің пайыздық құрамы қандай?

Шешімі: 1 литрден алынған бірінші, екінші және үшінші ерітінділердегі спирттің көлемі сәйкесінше x, y, z болсын. Есептің шарты бойынша екі теңдеу аламыз:

$$x + 2y + 3z = 6 \cdot \frac{1}{5}$$

$$5x + 4y + 3z = 12 \cdot \frac{1}{2}$$

Екі теңдеуді мүшелеп қоссақ, $6x + 6y + 6z = 18 \cdot \frac{2}{5}$ болады.

$\frac{2}{5}$ санын пайызға айналдырсақ, 40% болады.

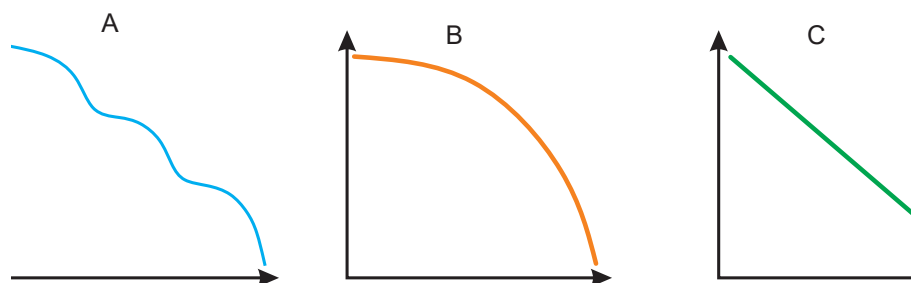
Демек, жауабы: 40%.

Берілген шешімді талдаңыз.

Есептің шешімін талдау. Есептің мәнмәтіні бойынша x, y, z белгісіздері келесі шарттарды қанағаттандыру керек: $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1$. Бірінші теңдеудің екі жағын да 5-ке көбейтіп, ол теңдіктен екінші теңдеуді алып тастайық. Нәтижесінде $6y + 12z = 0$ теңдігі шығады. Бұдан, y пен z теріс емес шартын пайдаланып, $y = z = 0$ мәндерін табамыз. Бұл мәндерді жазылған теңдіктердің біріне қойып, жүйенің шешімін табамыз: $x = 1, 2; y = 0; z = 0$. Алайда, есептің шарты бойынша белгісізі 1-ден артық болмау керек, демек, берілген мәнмәтінде есептің шарты дұрыс емес.

29-мысал. «Парашютші». Берілген кестеде парашютшінің еркін құлауы туралы ақпарат көрсетілген:

Уақыт (сек)	0	5	10	15	20
Биіктік (м)	3000	2875	2500	1875	1000



- Секіру кезінде ұшақ қандай биіктікте болған?
- Секіргеннен кейін 5 секунд өткенде парашютші қанша метрге төмендеген?
- Соңғы 5 секунд ішінде парашютші қанша метр құлаған?
- Төменде берілген графиктердің бірі парашютшінің қозғалысын бейнелейді. Қайсысы?
- Басқа екі графикті неге таңдамадыңыз?

Жауаптары:

- 3000 м.

ә) 125 м.

б) 875 м.

в) В

г) Кестедегі мәліметтер бойынша функцияның мәні бастапқыда баяу азайып, соңына қарай құрт азаюы керек, яғни сызық функциядан өзгеше функция болуы керек. S графигіндегі функция — сызықтық, A графигі де сызықтыққа жақын, сондықтан бұл нұсқаларды таңдамау керек.

30-мысал. Ержан кездейсоқ алынған натурал санның квадратының соңғы цифры 1-ге тең болу ықтималдығын тапқысы келеді. Оның достары Арсен, Болат және Саматтардың шешу әдістері төменде көрсетілген:

Арсен	Болат	Самат
Барлығы 10 цифр. Әрбір цифрдің соңғы болу ықтималдығы бірдей. Сондықтан жауабы: $\frac{1}{10}$.	Квадраттың соңғы цифры берілген санның соңғы цифрына байланысты. Алғашқы 10 натурал санның квадраты келесі цифрларға аяқталады: 1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1, 0. 1 цифры екі рет кездесетіндіктен, ықтималдық: $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.	Ықтималдықты есептеу мүмкін емес, себебі натурал сандар шексіз көп.

Достардың қайсысының шешімі дұрыс? Қалған екеуінің жіберген қателіктерін сипаттаңыз.

Жауабы: Болаттың шешімі дұрыс.

Сабақта оқушылардың танымдық қызметін ұйымдастырудың топтық түрін қолдану функционалдық сауаттылықты қалыптастыруға ықпал ететін элементтердің бірі болып табылады. Оқушыларды бірнеше топқа біріктіруге болады, әрбір топ тапсырманы ұсынылған тәсілмен шешуге және өз шешімін қалған топтарға дәлелдеуге тиіс. Топтарға біріктіріп шешуге болатын тапсырма мысалы төменде келтірілген.

31-мысал. ABC тікбұрышты үшбұрышының AB гипотенузасында үшбұрыш жатпайтын жартыжазықтықта $ABDE$ квадраты тұрғызылған. Егер BC және AC катеттерінің ұзындықтары сәйкесінше a және b болса, C төбесінен квадраттың центріне дейінгі қашықтықты табыңыз. Есепті бірнеше әдіспен шешуге болады:

- а) синустар теоремасын қолдану арқылы;
- ә) косинустар теоремасын қолдану арқылы;
- б) аудандар әдісін қолдану арқылы;
- в) координаттар әдісін қолдану арқылы.

НЕГІЗГІ МЕКТЕП БАҒДАРЛАМАСЫНДАҒЫ ОҚУ МАҚСАТТАРЫН ЖҮЗЕГЕ АСЫРУ КЕЗІНДЕ ПАЙДАЛАНУҒА ҰСЫНЫЛАТЫН ТАПСЫРМАЛАР МЫСАЛДАРЫ

Негізгі мектептің "Математика", "Алгебра" және "Геометрия" пәндерінің оқу бағдарламаларында қамтылған көптеген оқу мақсаттарын жүзеге асыру кезінде оқушылардың функционалдық сауаттылығын дамытуға бағытталған тапсырмаларды қолдануға болады. Мұндай тапсырмаларға зерттеу сипатындағы есептер, практикалық контекстте берілген есептер, математикалық дәлелдерді келтіруге, шешім алгоритмін құруға, график, кесте немесе диаграмма бойынша ақпаратты алуға және талдауға арналған есептер, ойын сипатындағы есептер және т. б. жатады.

Жоғарыда көрсетілген типтегі әртүрлі тапсырмалар "Жүйелік-әдістемелік кешен" smk.edu.kz онлайн платформасында орналастырылған орта мерзімді жоспарларға енгізілген. Осы тарауда 5–9-сыныптарда оқу бағдарламаларындағы бірқатар оқу мақсаттарын жүзеге асыру үшін, сондай-ақ өткен материалды қайталау кезінде пайдалануға ұсынылатын тапсырмалар мысалдары берілген.

Оқу мақсаты: «5.1.1.2 тақ және жұп сандар ұғымдарын меңгеру».

Тапсырмалар

1. Дұрыс тұжырымдарды көрсетіңіз:

$$\text{жұп} \pm \text{жұп} = \text{тақ}$$

$$\text{тақ} \pm \text{тақ} = \text{жұп}$$

$$\text{жұп} \pm \text{тақ} = \text{тақ}$$

$$\text{жұп} \times \text{жұп} = \text{жұп}$$

$$\text{жұп} \times \text{тақ} = \text{тақ}$$

$$\text{тақ} \times \text{тақ} = \text{жұп}$$

Жауабы:

$$\text{тақ} \pm \text{тақ} = \text{жұп}, \text{жұп} \pm \text{тақ} = \text{тақ}, \text{жұп} \times \text{жұп} = \text{жұп}$$

2. «Аукцион» ойынын ұсыныңыз. Мысалы, сыныптағы қатарлар кезекпен 10508456 саны туралы «жұп», «тақ» терминдері қолданылатын тұжырымдар құрастыру керек.

Мысалы:

а) Бірліктер класының разрядында 6 жұп саны жазылған.

ә) 10 508 456 саны жұп сан болып табылады.

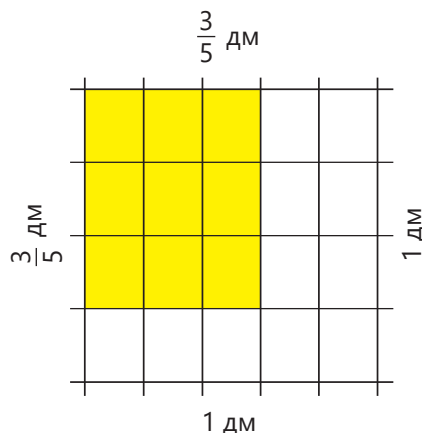
б) Берілген санда үш тақ цифр бар т.с.с.

Қай қатардың пікірі соңғы болса, солар жеңеді.

Оқу мақсаты: «5.1.2.21 жай бөлшектерді, аралас сандарды көбейтуді орындау».

Тапсырма

Қабырғалары $\frac{3}{5}$ дм және $\frac{3}{4}$ дм болатын тіктөртбұрыштың ауданын табыңыз.



Суретте ауданын табуға қажетті тіктөртбұрыш қабырғасы 1 дм болатын шаршының бөлігі ретінде көрсетілген. Оқушыларға боялған тіктөртбұрыштың ауданын берілген шаршы ауданының бөлігі ретінде табуды ұсыныңыз. Сонда боялған бөліктің ауданы шаршының ауданының $\frac{9}{20}$ бөлігін құрайды, яғни $\frac{9}{20}$ дм² болады. Сонымен қатар, тіктөртбұрыштың ауданы оның ұзындығы мен енінің көбейтіндісіне тең, яғни $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4}$ дм² болады. Оқушыларға $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$ теңдігін құруды ұсыныңыз. Оқушылардан жұптасып, жай бөлшектерді көбейту ережесін талқылауды және тұжырымдауды талап етіңіз.

Оқу мақсаты: «5.1.2.24 санның бөлігін табу және бөлігі бойынша санды табу».

Тапсырмалар

1. Пәтер иесі жуынатын бөлме мен дәліздің еденіне кафель төсеп, жөндеу жұмыстарын жүргізбекші болды. Бір күнде ол жуынатын бөлменің еденіне ғана кафель төсеп болды, бұл – барлық жоспарланған ауданның $\frac{7}{15}$ бөлігін құрайды. Егер жөндеуге жоспарланған барлық аудан

1200 дм² болса, дәліз еденінің ауданын табыңыз.

Шешімі:

$$1) 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15};$$

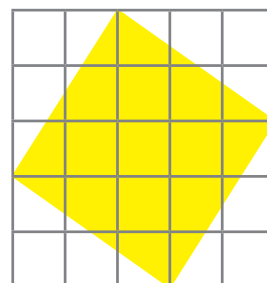
$$2) \frac{8}{15} \cdot 1200 \text{ дм}^2 = 640 \text{ дм}^2$$

$$\text{немесе } 1) \frac{7}{15} \cdot 1200 \text{ дм}^2 = 560 \text{ дм}^2;$$

$$2) 1200 \text{ дм}^2 - 560 \text{ дм}^2 = 640 \text{ дм}^2.$$

Сонымен, дәліз еденінің ауданы 560 дм².

2. Әже барлық немерелеріне бірнеше алма мен алмұрттан берді, және әрқайсысына берілген жемістердің жалпы саны бірдей болды. Маратқа



барлық немерелерге берілген алмалардың бестен бір бөлігі және алмұрттардың жетіден бір бөлігі тиді. Әжедің қанша немересі бар?

Шешімі:

Әже барлығы a алма және b алмұрт берді делік. Онда $\frac{a}{5} + \frac{b}{7} > \frac{a+b}{7}$ және $\frac{a}{5} + \frac{b}{7} < \frac{a+b}{5}$

теңсіздіктерден, немерелердің саны бестен артық және жетіден кем екендігі шығады. Жауабы: 6 немере.

Жауабы: 6 немере.

3. Суреттегі боялған шаршының ауданы 13 торкөзге тең болатынын көрсетіңіз.

Шешімі: Үлкен шаршының ауданы: $S_1 = 5 \cdot 5 = 25$ торкөз.

Боялмаған бөліктер үшбұрыштар құрайтындықтан, олардың әрқайсысының ауданы: $S_{\text{үшбұрыш}} = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3$ торкөз.

Осындай үшбұрыштардың саны 4, онда $3 \cdot 4 = 12$ торкөз.

Онда боялған бөліктің ауданы: $S - S_{\text{үшбұрыш}} = 25 - 12 = 13$ торкөз.

Оқу мақсаты: «5.5.1.6 пайызға байланысты мәтінді есептерді шығару», «6.5.1.2 пайызға берілген есептерді пропорция арқылы шешу».

Тапсырмалар

1. Жандос 200 мың теңге тұратын теледидарды сатып алғысы келеді. Теледидар сатып алу үшін ол келесі төлем жоспарын пайдаланады: ол бастапқы төлемді 50 мың теңге көлемінде төлеп, содан кейін 6 ай ішінде ай сайын 29 мың теңгеден төлеуге тиіс. Мұндай төлем жоспары бойынша теледидардың құны бастапқы құнынан қанша пайызға жоғары болады?

Шешімі: Жоспар бойынша: $50 \text{ мың} + 29 \text{ мың} \cdot 6 \text{ ай} = 224 \text{ мың тг.}$

Теледидардың бағасы 200000 теңге, онда $224000 - 200000 = 24000$ тг.

Пайыздық шамасы: $\frac{24 \text{ мың} \cdot 100\%}{200 \text{ мың}} = 12\%$

Жауабы: 12%.

2. Үрмелі аспаптар оркестрінде 20 музыкант бар. Олардың 30%-ы сырнайшылар және 10%-ы саксофоншылар. Сырнайшылар мен саксофоншылардың санын табыңыз. Олардың санын (қанша есе артық/кем) және барлық музыканттар санынан құрайтын пайыздарын (қанша есе артық/кем) салыстырыңыз. Музыканттар санының олардың пайыздық қатынасына тура пропорционалдығы туралы қорытынды жасаңыз.

Шешімі: 20 музыкант — 100%. Сырнайшылар 30%:

20 — 100%

x — 30%

$$\frac{20}{x} = \frac{100}{30} \Rightarrow 20 \cdot 30 = x \cdot 100 \Rightarrow x = \frac{20 \cdot 30}{100} = 6.$$

Осылай саксофоншылар — 10% болғандықтан,

20 — 100%

x — 10%

$$\frac{20}{y} = \frac{100}{10} \Rightarrow y = 2.$$

Саксофоншылар саны сырнайшыларға қарағанда үш есе кем немесе сырнайшылардың проценттік шамасы саксофоншыларға қарағанда үш есе артық.

3. Жұмыс орындау жоспарлары бірдей екі бригаданың бірі 2 сағатта жоспардың 35%-ын орындады, бұл 140 бөлшекті құрайды. Егер екінші бригада осы екі сағатта жоспардың 20%-ын орындайтын болса, онда олардың дайындаған бөлшектер саны қанша?

Шешімі: Әр бригаданың жасаған бөлшектердің жалпы саны x болсын. Онда бірінші бригада бойынша барлығы:

35% — 140

100% — x

$$\frac{35}{100} = \frac{140}{x} \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 140}{35} = 400 \text{ бөлшек жасалуы керек.}$$

Онда екінші бригаданың 2 сағатта жасаған бөлшектер саны:

400 — 100%

x — 20%

$$\frac{400}{x} = \frac{100}{20} \Rightarrow x = \frac{400 \cdot 20}{100} = 80.$$

Жауабы: 80 бөлшек.

4. Анасы дүкеннен жемістер сатып алды. Сатып алынған жемістердің 20%-ын алма, 15%-ын алмұрт, 30%-ын қара өрік құрады. Егер анасы қара өрікке 750 теңге төлеген болса, онда алма мен алмұртқа қанша ақша төледі?

Шешімі: алма + алмұрт = 20% + 15% = 35%. Анасының алма мен алмұртқа төлеген ақшасы x болсын. Онда.

35% — x тг

30% — 750 тг

$$\frac{35}{30} = \frac{x}{750}.$$

Жауабы: $x = 875$ тг.

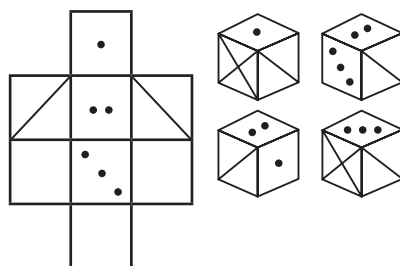
Оқу мақсаты: «5.5.2.9 жазық фигуралардың және кеңістіктегі геометриялық фигуралардың жазбаларын салу (текше және тікбұрышты параллелепипед)», «6.3.2.4 кескіні бойынша фигураны ажырату, жазық және кеңістік фигураларын кескіндеу».

Тапсырмалар

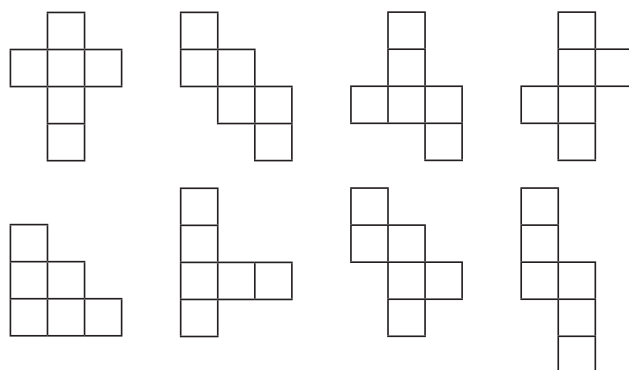
- Оқушыларға сыйлық салатын қорапты тәжірибе ретінде өздері жасап көруін ұсыныңыз. Келесі сұрақтарды талдауды ұсыныңыз: Қорап қандай бөліктерден құралған?

Қораптың бөлек жақтарын жазық фигураға біріктіруге бола ма? Оқушыларды жазба ұғымын түсінуге бағыттаңыз. Өздері жасаған қорап бетінің ауданын және қораптың көлемін табуды ұсыныңыз. Көрнекілік үшін «Geogebra» бағдарламасының 3D форматында текше мен параллелепипедтің жазбасын көрсете алатын мүмкіндігін пайдаланыңыз.

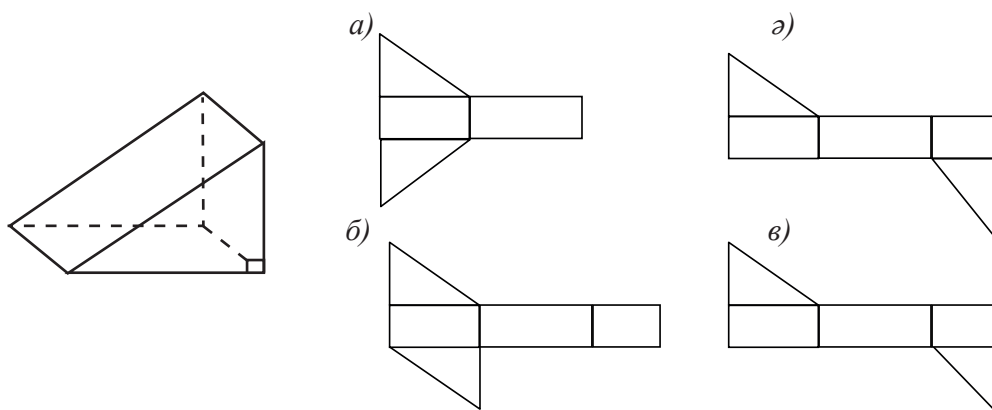
- Берілген жазбаға сәйкес текшені таңдаңыз.



- Суреттегі фигуралардан текшенің жазбасы болатындарын таңдаңыз. Оларды қиып алып, текшені қалай құрастыруға болатынын көрсетіңіз.

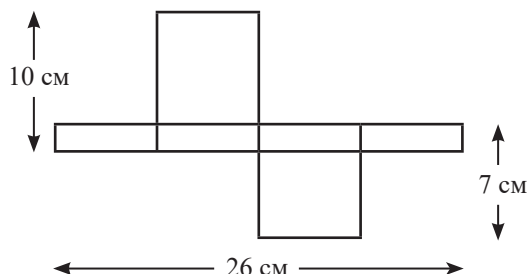


- 1) Берілген фигураны қай жазбадан құрастыруға болады?



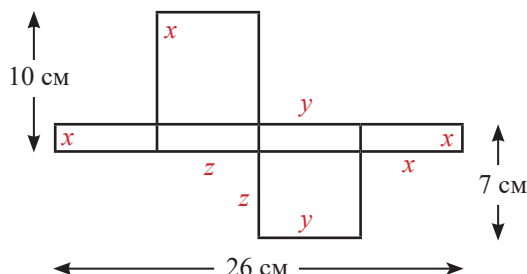
Жауабы: а).

2) Суретте тікбұрышты қораптың жазбасы көрсетілген. Осы қораптың көлемі қандай?



Шешімі:

Егер қораптың ұзындығын, енін, биіктігін x , y , z деп белгілесек, онда қораптың көлемі: x , y , z . Жазбада белгілейік:

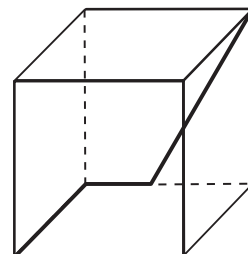


Осыдан келесі сызықтық теңдеулер жүйсін аламыз:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2y + 2z = 26 \\ x + z = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \\ z = 5 \end{cases} \quad \text{Онда қораптың көлемі: } V = 2 \cdot 5 \cdot 8 = 80.$$

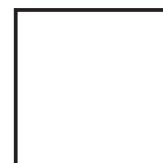
3. Оқушыларды жұптарға біріктіріңіз. Оқушылар мазмұны кері тапсырмаларды орындайды. Мысалы:

1-оқушы: Суретте шыны текше кескінделген. Осы текшенің бетінен өтетін сынық сызықтың үш проекциясын салыңыз.



2-оқушы: Сынық сызықтың үш проекциялары бойынша оны шыны текшенің бетінде салыңыз.

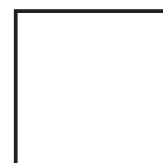
Оқушылардың әрқайсысы өз тапсырмасын орындайды, содан соң жұмысын жұбының жұмысымен салыстырады (біреуінің шарты екіншінің шешімімен сәйкес келу керек).



алдыңғы
жағынан көрініс



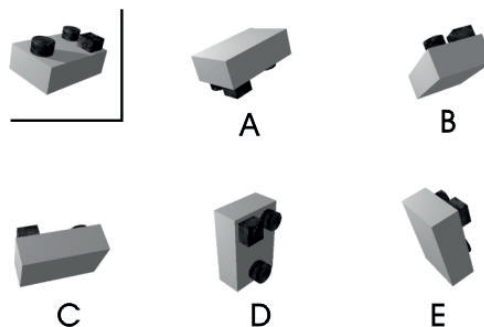
сол жағынан
көрініс



жоғарғы жағынан
көрініс

4. Бұрышта үлгі ретінде алынған блокты кеңістікте айналдырғанда А-дан Е-ге дейінгі әріптермен белгіленген суреттердің қайсысы көрсетеді?

Жауабы: А.



Оқу мақсаты: «6.1.2.6 шамаларды берілген қатынаста бөлу».

Тапсырмалар

1. Ательеге 120 мектеп формасын тігуге тапсырыс келді. Тапсырысты екі бригаданың барлық мүшелеріне теңдей бөлу керек: біреуінде 8 адам, ал екіншісінде – 7 адам. Әр бригада неше мектеп формасын тігу керек?

Шешімі:

Бригадада барлығы 15 адам. Онда бірінші бригадаға барлық мектеп формасының $\frac{8}{15}$ бөлігі, ал екінші бригадаға $\frac{7}{15}$ бөлігі келеді. Осы бөліктерді 120-ға көбейтіп, бірінші бригада 64

форма, ал екінші бригада 56 форм тігу керек екендігі шығады.

2. Тоқашты дайындау үшін алынған 450 грамм азық-түлікттердің (ұн, ашытқы, қант) қатынасы 37:1:7 қатынасындай. Азық-түліктің әртүрінен қанша грамм алынды?

Шешімі:

Барлық бөліктер саны: $37 + 1 + 7 = 45$

1 бөлік: $450 : 45 = 10$ г-ға тең.

Жауабы: ұн $37 \cdot 10$ г = 370 г, ашытқы $1 \cdot 10$ г = 10 г, қант $7 \cdot 10$ г = 70 г.

3. Металл кесегі қорғасын, қалайы және темір металдарының қоспасынан жасалған. Кесек салмағы 700 грамм. Келесі мәліметтерді біле отырып, кесек құрамындағы әр металдың массасын табыңыз, егер:

а) металлдар массаларының қатынасы 2:3:5 қатынасындай;

ә) қорғасын мен қалайы массаларының қатынасы 3:5 қатынасындай, ал металл кесегі құрамындағы темірдің массасы қорғасын мен қалайының массаларының қосындысынан екі есе көп;

б) қалайының массасы қорғасынның массасынан екі есе көп, ал қалайы мен темірдің массаларының қосындысы қорғасын мен қалайының массаларының қосындысынан екі есе көп болса.

Жауабы:

қорғасын — 140 грамм, қалайы — 210 грамм, темір — 350 грамм;

қорғасын — 87,5 грамм, қалайы — $145\frac{5}{6}$ грамм, темір — $466\frac{2}{3}$ грамм;

қорғасын — 200 грамм, қалайы — 100 грамм, темір — 400 грамм.

Оқу мақсаты: «6.1.1.5 масштаб ұғымын меңгеру», «6.5.1.3 картамен, сызбамен, жоспармен жұмыс барысында масштабты қолдану».

Тапсырмалар

1. Оқушыларға масштабты қарастыру үшін географиялық карталар, атластар, әртүрлі масштабпен берілген интернет ресурстарын немесе презентацияны қатынас немесе пропорционалдықты орнату мақсатымен ұсыныңыз. Мысалы, әртүрлі масштабпен берілген карталарда кесінділердің ұзындықтарын өлшеп, Нұр-Сұлтан мен Көкшетау қалаларының арақашықтығын табу.
2. Оқушыларға зерттеу есебін ұсыңыз:
 - а) картадағы және Жер бетіндегі арақашықтықтар белгілі болса, масштабты қалай анықтау керектігінің алгоритмін құру;
 - ә) Жер бетіндегі арақашықтық пен масштаб белгілі болса, картадағы арақашықтықты табудың алгоритмін құру.
3. Оқушыларды топтарға біріктіріңіз. Әр топқа карта (атлас) ұсынып, келесідей тапсырмалар беріңіз:



- а) Масштабы 1:25000000 болатын карта бойынша Астана мен Шымкент қалаларының арақашықтығын табыңыз;
- ә) Өлшемдері көрсетілген берілген сызба мен түпнұсқасы арасындағы қатынас белгілі болса, мәселен 5:1, түпнұсқаның өлшемдерін табу керек.

Оқу мақсаты: «6.3.3.2 шеңбер ұзындығының оның диаметріне қатынасы тұрақты сан екенін білу», «6.3.3.4 дөңгелек ауданының формуласын білу және қолдану».

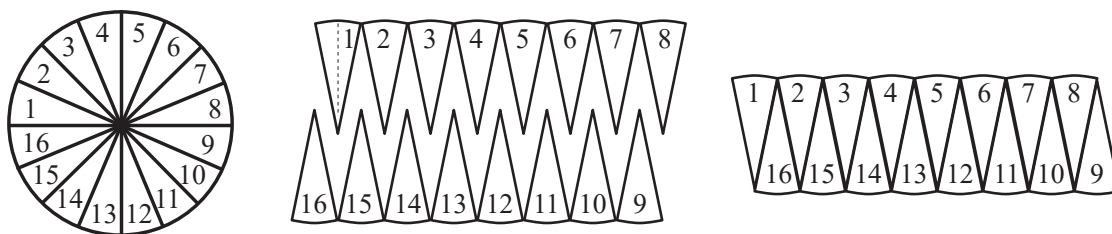
Тапсырмалар

1. Практикалық жұмыс орындауды ұсыныңыз. Картон қағазда радиусы 15 мм, содан соң радиусы екі есе артық, яғни 30 мм болатын шеңберлерді салу қажет. Салынған шеңберлерді қиып алу. Шыққан дөңгелектердің жиектерін қағаз жолықтарымен орау. Қағаз жолықтарды алып тастап, олардың ұзындықтарын сызғышпен 1 мм дәлдікпен өлшеу; өлшеулерді бірнеше рет жүргізу және $\frac{C}{D}$ нәтижелерінің арифметикалық орталарын кестеде жазу керек.

Диаметр (D), мм	Шеңбердің ұзындығы (C), мм	$\frac{C}{D}$ қатынасы	$\frac{C}{D}$ қатынасының орта мәні
30			
60			

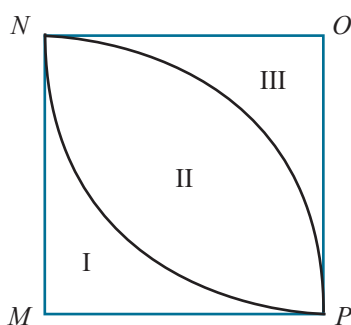
Барлық өлшеулер жүргізілгеннен кейін $\frac{C}{D}$ қатынасының мәнін есептеу, қорытынды жасау. Қорытынды жасау: $\frac{C}{D}$ қатынасы әрқашан бірдей сан болады және ол π -ге тең, бұл жуық шамамен 3,14 немесе жай бөлшек түрінде $\frac{22}{7}$ -ге тең. $\frac{C}{D}$ қатынасын біле отырып, шеңбер ұзындығының формуласын шығаруға болады.

2. Практикалық жұмыс ұйымдастыруға болады: радиусы 8 см-ге тең шеңбер салады; салынған шеңберді қиып алады, диаметрінің бойымен бүктейді және қияды. Шыққан әрбір жарты дөңгелекті қайтадан бүктеп екіге бөледі, содан кейін бүктеп тағы екіге бөледі және осылай тағы бір рет орындайды. Соңында 16 бөлік пайда болады. Оларды суретте көрсетілгендей тіктөртбұрыш тәрізді етіп құрастырады.



Оқушыларға шыққан тіктөртбұрыштың ауданын табуды ұсыныңыз. «Дөңгелектің ауданы шеңбердің ұзындығының жартысын радиусқа көбейткенге тең» немесе «дөңгелектің ауданы шеңбердің ұзындығының жартысын диаметрдің жартысына көбейткенге тең» заңдылықтарын көре алады. Содан кейін оқушылар өздері немесе мұғалімнің жетекшілігімен дөңгелек ауданының $S = \pi R^2$ формуласын қорытып шығарады.

3. Қабырғасының ұзындығы 20 см-ге тең $MNOP$ шаршы берілген. $MNPO$ шаршының ішіндегі доғалар – центрлері M және O нүктелерінде болатын шеңберлердің $\frac{1}{4}$ бөлігі болып табылады. Ортадағы II облысының ауданын табыңыз.



Шешімі:

$MNPO$ шаршының ауданы: 400 см^2 . Дөңгелектің $1/4$ бөлігінің ауданы: $\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 400 = 100\pi \text{ см}^2$.

II облысының ауданы: $2 \cdot 100\pi - 400 = 200(\pi - 2) \text{ см}^2$.

Оқу мақсаты: «6.2.1.4 айнымалылардың қандай мәндерінде алгебралық өрнектің практикалық есептер мәнмәтінінде мағынасы бар болатынын түсіну».

Тапсырмалар

Ұжыммен талқылау үшін оқушыларға келесі есептерді ұсыныңыз, мысалы:

1. Бір жерден бір мезгілде және бір бағытта жаяу жолаушы мен велосипедші жолға шықты. Жаяу жолаушының жылдамдағы x км/сағ, ал велосипедшінің жылдамдығы 12 км/сағ. 3 сағаттан кейін олардың арасындағы арақашықтық 45 км-ге тең болды. Егер мұндай жағдай мүмкін болса, жолаушының жылдамдығын табыңыз.
2. Бірінші құбыр хауызды 6 сағатта, ал екінші құбыр 4 сағатта толтырады. Егер олар бірге үзіліссіз жұмыс істесе, хауызды 2 сағатта толтыра ала ма? Хауыз неше сағатта толады?

Тапсырманы орындағаннан кейін оқушыларға қорытынды жасауын ұсыныңыз: айнымалының қандай мәндерінде практикалық есептердің мәнмәтінінде алгебралық өрнектің мағынасы болады?

Оқу мақсаты: «6.2.2.6 теңсіздіктерді қосу, азайту, көбейту және бөлуді түсіну және қолдану».

Тапсырмалар

1. Саяхатшы демалыс үйінен 30 шақырым жердегі станцияға қарай шықты. Егер саяхатшы жылдамдығын 1 км/сағ-қа арттырса, онда ол 5 сағатта 30 шақырымнан артық жолды жүріп өтеді. Егер ол жылдамдығын 1 км/сағ-қа кемітсе, онда саяхатшы 6 сағатта станцияға жете алмайды. Саяхатшының жылдамдығы қандай?

Шешімі. Саяхатшының жылдамдығы x км/сағ болсын. Онда:

$$(x+1)\frac{\text{км}}{\text{сағ}} \cdot 5 \text{ сағ} > 30 \text{ км және } (x-1)\frac{\text{км}}{\text{сағ}} \cdot 6 \text{ сағ} < 30 \text{ км.}$$

Теңсіздіктер жүйесін құрамыз:

$$\begin{cases} (x+1) \cdot 5 > 30 \\ (x-1) \cdot 6 < 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x+5 > 30 \\ 6x-6 < 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x > 25 \\ 6x < 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x < 6 \end{cases}$$

Жауабы: Саяхатшының жылдамдығы: $5 < x < 6$.

2. Пойыз жолдың бірінші жартысын 60 км/сағ жылдамдықпен жүріп өтті. Содан соң ол жылдамдығын арттырды. Егер пойыздың барлық жолдағы орташа жылдамдығы 72 км/сағ-тан артпағаны белгілі болса, онда оның жолдың екінші жартысындағы жылдамдығы қандай болуы мүмкін?

Шешімі: Жолдың жартысы S болсын, және пойыздың екінші жартысындағы жылдамдығы x км/сағ болсын, t_1 — жолдың бірінші жартысына, ал t_2 — екіншісіне жұмсалған уақыт.

$$\text{Онда } \frac{S+S}{t_1+t_2} \leq 72.$$

$$V_1 = 60 = \frac{S}{t_1} \text{ және } V_2 = x = \frac{S}{t_2} \text{ болғандықтан } t_1 = \frac{S}{60}, t_2 = \frac{S}{x}. \text{ Теңсіздікке қоятын болсақ, } \frac{2S}{\frac{S}{60} + \frac{S}{x}} \leq 72.$$

Осыдан $x \leq 90$. Жауабы: $60 < x \leq 90$.

3. Мына жағдайлардың қайсысында катер көп уақыт жұмсайды: егер ол ағыс бойымен 20 км және ағысқа қарсы 20 км жүріп өтсе немесе егер тынық суда 40 км жүріп өтетін болса? (катердің меншікті жылдамдығы тұрақты).

Шешімі: x – катердің, y – ағыстың жылдамдығы болсын.

$\frac{20}{x+y} + \frac{20}{x-y}$ – барлық жұмсалған уақыт, $\frac{40}{x}$ – тынық судағы. Бірінші өрнекті ықшамдасақ:

$\frac{40x}{x^2 - y^2}$ немесе $\frac{40}{x - \frac{y^2}{x}}$. Бұл өрнек $\frac{40}{x}$ өрнегінен үлкен.

Демек, бірінші жағдайда көп уақыт жұмсайды.

4. Ұзындығы 10 метрден кем емес және 15 метрден артық емес, ал ені 5 метрден кем емес және 7 метрден артық емес болатындай тіктөртбұрыш жасауға жұмсалатын сымның ұзындығы қандай болуы мүмкін?

Шешімі: x — ұзындығы y — ені болсын. Онда $\begin{cases} 10 \leq x \leq 15 \\ 5 \leq y \leq 7 \end{cases}$. Сымның ұзындығы тіктөрт-

бұрыштың периметріне тең $P = 2(x + y)$.

Екі теңсіздікті мүшелеп қоссақ, $10 + 5 \leq x + y \leq 15 + 7$,

Осыдан $2(10 + 5) \leq 2(x + y) \leq 2(15 + 7)$,

$30 \leq 2(x + y) \leq 44$.

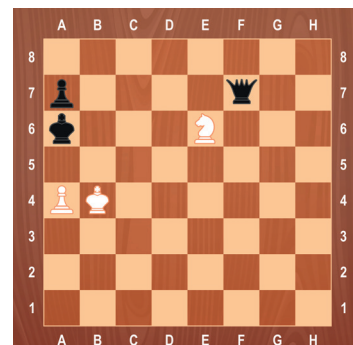
Оқу мақсаты: «6.3.1.3 реттелген сандар жұбы тікбұрышты координаталар жүйесінде нүктені беретінін және әрбір нүктеге нүктенің координаталары деп аталатын бір ғана реттелген сандар жұбының сәйкес болатынын түсіну».

Тапсырмалар

1. Оқушыларға бірнеше фигуралары орналасқан шахмат тақтасын көрсетіңіз. Фигуралар қайда орналасқанын оқушылардан сұраңыз. Мысалы:

Ат — Е6, ақ пешка — А4 және т.с.с.

Оқушылармен бірге шахмат тақтасындағы (горизонтальдағы торкөз, вертикальдағы торкөз) фигуралардың орнын анықтаудың ережесін талқылаңыз.



2. Бөлме ортасына орындық қойып, оқушыларға бөлмедегі басқа заттардың қалай орналасқанын (орындықтан қанша қадам оңға/солға; орындықтан қанша қадам алға/артқа) айтуды сұраңыз. Екі жағдайда да орналасу реттелген сандар жұбымен анықталатынын талқылаңыз.

Егер берілген жазықтыққа координаталар жүйесін енгізсе, онда оқушыларды жазықтықтағы нүктелердің орналасуын реттелген сандар жұбы арқылы көрсетуге болатынын түсінуге жетелеңіз.

Оқу мақсаты: «6.4.3.2 статистикалық санды сипаттамаларды есептеу», «7.3.3.7 кесте немесе жиіліктер полигоны түрінде берілген статистикалық ақпаратты талдау».

Тапсырмалар

1. Тоқсан барысында Самат математикадан бес рет «2», төрт рет «4» және екі рет «5» бағаларын алды. Оның анасы тоқсандық қорытынды баға «2» болуы керек деп ойлайды, әкесі – «3», ал Саматтың өзі – «4» болуы керек деп есептейді. Әрқайсысының көзқарасына қатысты аргументтер келтіріп көріңіз (отбасының әрбір мүшесі қандай статистикалық сипаттамны есептеді?). Сіз Саматқа қандай тақсандық баға қояр едіңіз?

Шешімі: Бағалардың вариациялық қатарын құрайық: 2, 2, 2, 2, 2, 4, 4, 4, 4, 5, 5.

Бұл қатардың модасы (жиілігі ең үлкен мән) 2-ге, орта мәні $(2 \cdot 5 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 2) / 11 \approx 3,3$ -ке, медианасы (қатардың ортасындағы мән) 4-ке тең. Әдетте қорытынды баға қою тоқсан барысындағы бағалардың орта мәніне негізделеді.

2. Кестеде N қаласында 2018 жылдың және 2019 жылдың маусым айларындағы температура бойынша деректер келтірілген. Мұнда күнделікті бақылаулардың ақпараты берілген.

Температуралық аралықтар, °C	Маусым 2018 ж.	Маусым 2019 ж.
14-18	2	1
18-22	9	6
22-26	12	15
26-30	6	3
30-34	1	5

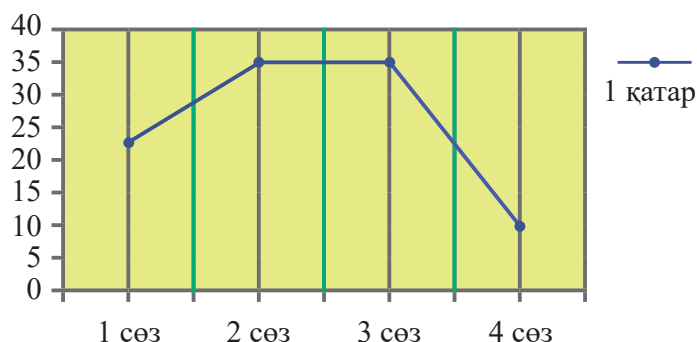
Қай жылы ауа температурасы 26°C -тан жоғары болған күндер көбірек?

Шешімі. Деректер жиіліктердің аралық кестесі түрінде берілген. 2018 және 2019 жылдары қанша рет температура 26°C -тан жоғары болғанын табу үшін кестедегі сәйкес бағандарды қосамыз 26-30 және 30-34.

Температуралық интервалы, °C	Маусым, 2018 ж.	Маусым, 2019 ж.
26-30	6	3
30-34	1	5
	7	8

Сонымен, 2019 жылы температура 26°C -тан жоғары болған күндер көбірек болды.

3. 7-сынып оқушылары (әрқайсысы жеке) сөзжұмбақ шешті. Шешіп болған соң олар табылмаған сөздерді салыстырды. Деректер кестеде % арқылы көрсетілген):



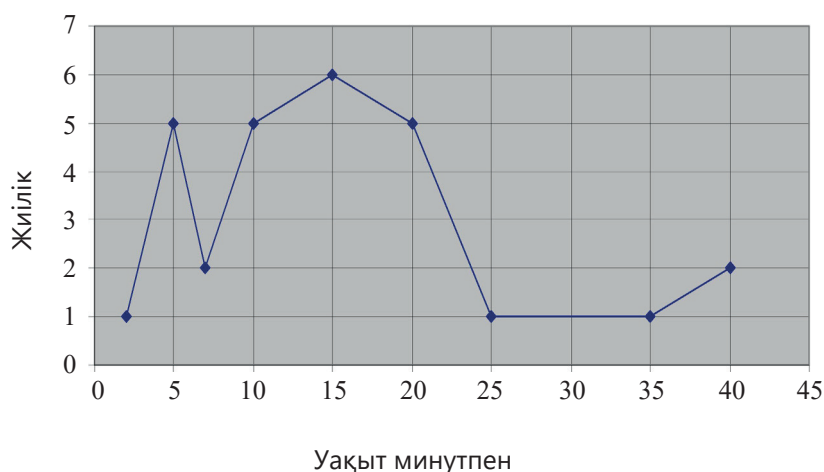
Қанша % оқушы екі сөзден артық сөзді таба алмады?

Шешімі: Графикке қарап, кесте құрайық:

Табылмаған сөздер саны	Оқушылар %
1 сөз	20
2 сөз	35
3 сөз	35
4 сөз	10

3 сөзді 35%, ал 4 сөзді 10% оқушылар таба алмаған. Олай болса, барлығы — 45%.

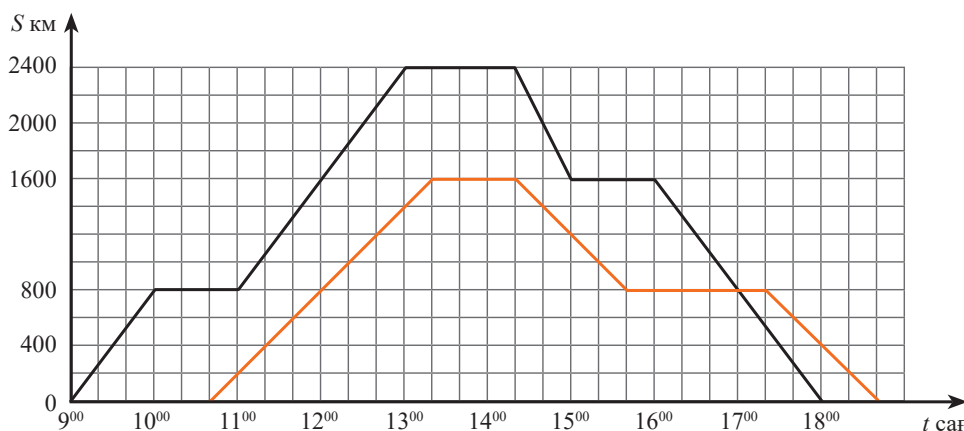
4. Берілген жиіліктер полигоны бойынша оқушылардың үйден мектепке дейінгі жолға жұмсаған уақытының орта мәнін есептеңіз.



Шешімі: $\bar{x} = \frac{1 \cdot 2 + 5 \cdot 5 + 2 \cdot 7 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 15 + 5 \cdot 20 + 1 \cdot 25 + 1 \cdot 35 + 2 \cdot 40}{1 + 5 + 2 + 5 + 6 + 5 + 1 + 1 + 2} \approx 15.$

Оқу мақсаты: «6.5.2.10 шынайы процестердің графиктерін қолданып, шамалар арасындағы тәуелділіктерді табу және зерттеу».

Тапсырма: Суретте Нұр-Сұлтан қаласының әуежайынан бір бағытта ұшқан екі ұшақтың графиктері бейнеленген.



- а) Ұшақтар әуежайдан қай уақытта ұшып шықты және кері қайтып қонды?
- ә) Олардың әрқайсысы жолда неше рет аралық қону жасады? Осы аялдамалардың ұзақтылығы неге тең?
- б) Жолдың барлық бөлігінде ұшақтар қандай жылдамдықпен ұшты?
- в) 12 сағат 00 минутта, 14 сағат 20 минутта, 16 сағат 40 минутта ұшақтар Нұр-Сұлтаннан қандай қашықтықта болған? Осы уақыттарда ұшақтар қайда болған, әуеде ме немесе жерде ме?
- г) Қай уақытта олар Нұр-Сұлтаннан 400 км қашықтықта болған?

Шешімі: Бірінші ұшақтың графигі қара, ал екіншісінікі — қызыл болсын.

- а) Бірінші ұшақ аэродромнан сағат 9.00-де ұшып, сағат 18.00-де оралды, екінші ұшақ сағат 10.40-та ұшып, сағат 18.40-та оралды.
- ә) Бірінші ұшақ 3 аралық қону жасады, бірінші аялдама 1 сағат, екінші аялдама 1 сағат 20 минут, үшінші аялдама 1 сағат болды. Екінші ұшақ 2 аралық қону жасады, бірінші аялдама 1 сағат, екінші аялдама 1 сағат 40 минутты құрады.
- б) Бірінші ұшақ жолдың бірінші учаскесінде 1 сағат 800 км/сағ жылдамдықпен, жолдың екінші учаскесінде 2 сағат 800 км/сағ жылдамдықпен, жолдың үшінші учаскесінде 40 минут 1200 км/сағ жылдамдықпен, жолдың төртінші учаскесінде 2 сағат 800 км/сағ жылдамдықпен ұшып кетті. Екінші ұшақ жолдың бірінші учаскесінде 600 км/сағ жылдамдықпен 2 сағат 40 минут, жолдың екінші учаскесінде 600 км/сағ жылдамдықпен 1 сағат 20 минут, жолдың үшінші учаскесінде 600 км/сағ жылдамдықпен 1 сағат 20 минут ұшып кетті.
- в) Бірінші ұшақ сағат 12-де 1600 шақырым қашықтықта әуеде болды, 14 сағат 20 минутта 2400 шақырым қашықтықта орналасқан және Нұр-Сұлтанға қайта ұшып кетті, 16 сағат 40 минутта 1000 шақырым қашықтықта әуеде болған.
Екінші ұшақ сағат 12-де 800 км қашықтықта ауада, 14 сағат 20 минутта 1600 км қашықтықта орналасқан және кері Нұр-Сұлтанға ұшып, 16 сағат 40 минутта 800 км қашықтықта жерде болған.

Оқу мақсаты: «7.1.2.5 алгебралық өрнектерді ықшамдауда дәрежелердің қасиеттерін қолдану».

Тапсырма:

$$\left(\frac{a^6}{a^7}\right)^{-3} (a+b)^2 \text{ өрнегі берілген.}$$

Оқушы келесі қадамдарды жасап, өрнекті қосындыға жіктеді:

$$1\text{-қадам } \left(\frac{1}{a}\right)^{-3} (a+b)^2; \quad 2\text{-қадам } (a^{-1})^{-3} (a^2 + b^2);$$

$$3\text{-қадам } a^{-4} (a^2 + b^2); \quad 4\text{-қадам } a^{-2} + a^{-4} b^2.$$

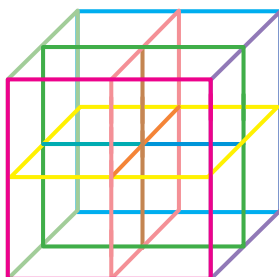
Оқушы қателіктер жіберген қадамдарды анықтап, түзетулер жаса.

Жауабы: 2-қадам және 3-қадам қате орындалған. 2-қадамда $(a^{-1})^{-3}(a^2 + 2ab + b^2)$, 3-қадамда $a^3(a^2 + 2ab + b^2)$ болуы керек. Нәтижесінде $a^5 + 2a^4b + a^3b^2$ өрнегі шығады.

Оқу мақсаты: «7.4.2.3 шаршы мен текшенің сызықтық өлшемдерінің өзгеруіне байланысты олардың ауданы мен көлемі қалай өзгередінін бағалау».

Тапсырмалар

1. Суреттегі текшенің сызықтық өлшемдері неше есеге өзгерген? Оның көлемі неше есеге өзгерген?



Шешімі: Егер бастапқы текшенің қабырғасы x болса, оның көлемі x^3 . Текшенің қабырғасы 2 есе өсті, онда оның көлемі $(2x)^3 = 8x^3$. Осылайша, текшенің көлемі 2^3 немесе 8 есе артты.

2. Қабырғасы а) 3 см; ә) 1 м болатын шаршыны қабырғалары 1 см болатын шаршыларға бөлді. Қанша шаршы пайда болды?

Шешімі:

- а) Егер шаршының әрбір жағын 3 бөлікке 1 см-ден бөлсеңіз, онда біз 9 шаршы аламыз.
б) Егер шаршының жағы 1 м болса, онда бір жағы 1 см-ден бөлінгенде, тиісінше, екінші жағында да 100 бөлініс болады. Осылайша, алынған шаршы саны $100 \times 100 = 10000$.

3. Қыры а) 3 см; ә) 1 м болатын текшені қырлары 1 см болатын текшелерге бөлді. Қанша текше пайда болды?

Шешімі:

- а) Қабырғаларының ұзындығы 3 см текшенің көлемі – 27 см^3 . Егер қабырғасы 1 см болатын текшелерге кесілген болса, онда сәйкесінше 27 текше болады.

ә) Текшенің қабырғасының ұзындығы 1 м немесе 100 см. Оның көлемі 1000000 см^3 . Тиісінше, қабырғаларының ұзындығы 1 см текшелерге кесілген кезде 1000000 текше болады.

4. Елдос пен Айдар өлшемдері бірдей текшелерден мұнаралар тұрғызды. Әрбір мұнара табандары шаршы пішінді. Мұнаралардағы шаршылар саны бірдей.

а) Айдардың мұнарасының табан қабырғасы Елдостың мұнарасына қарағанда 4 есе үлкен. Елдостың мұнарасы қанша есе биік?

ә) Елдостың мұнарасы Айдостың мұнарасына қарағанда 4 есе биік. Айдостың мұнарасының табан қабырғасы неше есе үлкен?

Шешімі:

а) Әрбір баланың кубиктерінің жалпы саны N болсын, кубиктерден тұратын шаршы. Ал Елдостың мұнарасында қабырғалары $\frac{1}{4}x$ кубиктерден, яғни тек $\frac{1}{16}x^2$ кубиктерден тұратын шаршы. Енді әрбір мұнараның биіктігін анықтаймыз.

Айдардың мұнарасының биіктігі $\frac{N}{x^2}$, ал Елдостікі $\frac{N}{\frac{1}{16}x^2} = \frac{16N}{x^2}$. Егер осы биіктіктерді салы-

стырсақ, Елдостың мұнарасы Айдардікіне қарағанда 16 есе биік.

Жауабы: 16 есе;

б) Елдостың мұнарасының табанында қабырғасы x кубиктерден тұратын шаршы болсын. Сонда оның мұнарасының биіктігі $\frac{N}{x^2}$. Онда есептің шарты бойынша Айдардың мұнарасының биіктігі $\frac{N}{4x^2}$, демек Айдардың мұнарасының табанында $4x^2$ кубик бар. Бұл — қабырға-

сы $2x$ болатын шаршы. Сонымен, Айдар құрған мұнара табанының қабырғасы Елдостікінен 2 есе ұзын.

Жауабы: 2 есе.

Оқу мақсаты: «7.1.2.9 стандарт түрде жазылған сандарды салыстыру.

Тапсырмалар

1. Кестедегі деректерге қараңыз. Қалай ойлайсыз, ғаламшарлардың қайсысының массасы ең ауыр? Ең жеңілі қайсысы? Өзіңіздің топшылауыңыз бойынша ғаламшарларды массалары кему ретімен орналастырыңыз.

Ғаламшар	Шолпан	Жер	Марс	Меркурий	Нептун	Сатурн	Уран	Юпитер
Массасы, кг	$4,869 \cdot 10^{24}$	$5,974 \cdot 10^{24}$	$6,419 \cdot 10^{24}$	$3,302 \cdot 10^{23}$	$1,024 \cdot 10^{26}$	$5,885 \cdot 10^{26}$	$8,685 \cdot 10^{25}$	$1,899 \cdot 10^{27}$

2. Шаң бөлшектерінің салмағы шамамен $7,5 \cdot 10^{-10}$ килограммға тең, ал электрон массасы шамамен $9,1 \cdot 10^{-31}$ килограммға тең. Электрондардың шамамен қанша мөлшері шаң бөлшектерімен бірдей массаға ие?

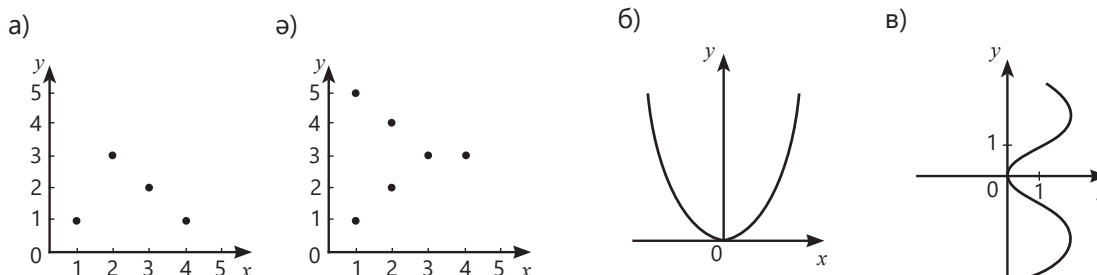
а) $1,21 \cdot 10^{20}$; ә) $1,21 \cdot 10^{21}$; б) $8,24 \cdot 10^{20}$; в) $8,24 \cdot 10^{21}$.

Жауабы: в).

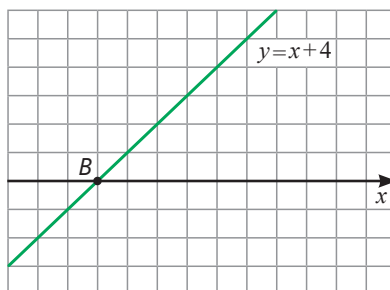
Оқу мақсаты: «7.4.1.1 функция және функцияның графигі ұғымдарын меңгеру», «7.4.1.5 $y = kx + b$, түріндегі сызықтық функцияның анықтамасын білу, оның графигін салу және графиктің k және b коэффициенттеріне қатысты орналасуын анықтау», «7.4.1.7 $y = kx + b$ сызықтық функциясының графигінен k және b таңбаларын анықтау».

Тапсырмалар

- Оқушыларға координаталық жазықтықта графиктер сызылған үлестірімелер жиынтығы беріледі, олар үлестірімелердің ішінен функцияның графигі көрсетілген үлестірмені бөлектейді. Соңынан жұпта өз таңдаулары туралы талқылайды. Мысалы:



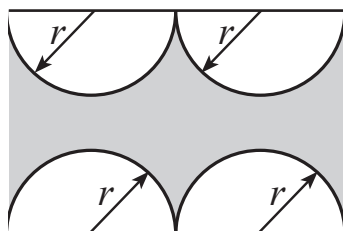
- Сыйымдылығы 45 л болатын бос ыдыстың массасы 5 кг, ал 1 л сұйықтың массасы 0,9 кг. Ыдыстың массасының сұйықтың массасына тәуелділік формуласын жазыңыз. Сонда p литр сұйығы бар ыдыстың m массасы (килограммен) $m = 0,9p + 5$ болады. Бұнда оқушылар функцияның формуласын оның сипаттамасы негізінде жазады. Оқушылардың назарын формуланың түріне аудару керек. Оң жағы p тәуелсіз айнымалыға қатысты сызықтық өрнек екенін түсіндіріңіз.
- Көрсетілген функцияның графигі болатындай етіп сызбаны Оу өсін бейнелеумен толықтырыңыз (бірлік кесінді – бір токөз қабырғасы). Сызбаның берілгендерін пайдаланып, B нүктесінің координаталарын табыңыз.



Оқу мақсаты: «7.4.3.1 есеп шарты бойынша математикалық модель құру».

Тапсырмалар

- Боялған фигураның ауданын есептеу үшін қажет болатын өрнек құрастырып, оны көбейткіштерге жіктеңіз.

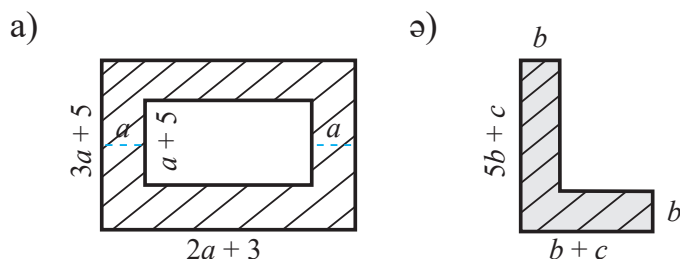


Шешімі:

Тіктөртбұрыштың бір қабырғасында радиусы r болатын екі жарты шеңбер орналасқан, демек ол қабырғасының ұзындығы $4r$ -ге тең. Екінші қабырғасының ұзындығы $2r$ -ден көп, $2r + n$ болсын. Тіктөртбұрыштың ауданы $S = 4r(2r + n) = 8r^2 + 4rn$. Боялмаған аймақ 4 жарты шеңберден немесе 2 шеңберден тұрады, онда боялмаған аймақтың ауданы $S_{\text{боялмаған}} = 2\pi r^2$ болады. Енді боялған аймақтың ауданын таба аламыз:

$$S_{\text{боялған}} = S_{\text{тіктөртбұрыш}} - S_{\text{боялмаған}} = (8r^2 + 4rn) - 2\pi r^2 = 2r^2(4 - \pi) + 4rn.$$

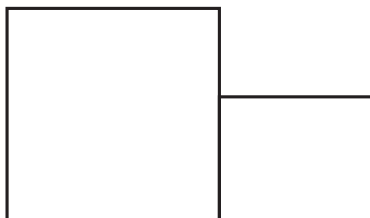
2. Боялған фигуралардың аудандарын өрнектейтін көпмүшелер құрастырыңыз:

**Шешімі:**

а) Бірінші суретте үлкен шаршының ауданы $S_1 = (2a+3)(3a+5)$, кіші боялмаған шаршының ауданы $S_2 = 3(a+5)$. Боялған аймақ ауданын табамыз:

$S_1 - S_2 = (2a+3)(3a+5) - 3(a+5) = 6a^2 + 19a + 15 - 3a - 15 = 6a^2 + 16a$. Екінші суреттегі фигура қабырғалары b және $b+c$, сонымен бірге b және $4b+c$ болатын екі тіктөртбұрыштан тұрады. Онда фигураның ауданы $S_{\text{фигура}} = S_1 + S_2 = b(b+c) + b(4b+c) = 5b^2 + 2bc$.

3. Ұзындығы 20 см кесінді екі бөлікке бөлінген және олардың әрбіреуіне шаршы салынған. Егер шаршы аудандарының айырмасы 40 см^2 болса, шаршылардың қабырғаларын табыңыз.



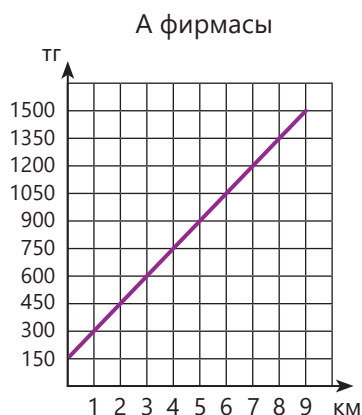
Шешімі. Кіші шаршының қабырғасы x болсын. Онда екінші шаршының қабырғасы $20 - x$ болады. $(20 - x)^2 - x^2 = 40$ теңдігінен x -ті табамыз.

Жауабы: 9 см және 11 см.

4. Егер шаршының қабырғасын 4 см-ге ұзартсақ, онда оның ауданы 32 см^2 артады. Шаршының қабырғасы неге тең?

Жауабы: 2 см.

5. Такси қызметін ұсынатын екі фирма өз қызметі үшін төлемақыны алуды әртүрлі тарифтік жоспар бойынша жасайды. Төменде келтірілген график A фирмасының бағаларын көрсетеді. Төменде келтірілген кесте B фирмасының бағаларына сәйкес келеді. Әр фирма жолаушыдан таксиге отырғаны үшін белгілі бір мөлшерде төлемақы алады және жүрген жолдың әр километрі үшін төлемақы алады.



Б фирмасы		
Қашықтық, км	2	5
Төлемақы	600 тг	900 тг

Тарифтік жоспарларды салыстыр. Сапардың қашықтығына байланысты қандай фирманың такси қызметін пайдалану тиімдірек?

Шешімі: x — отырғаны үшін төлемақы, ал y — жүрген жолдың әр километрі үшін төлемақы. $x + 2y = 600$, $x + 5y = 900$ екі теңдеуден $x = 400$ және $y = 100$ екендігін табамыз.

Жауабы: Егер сапардың қашықтығы 5 км-ден кем болса, A фирмасының таксиін пайдалану тиімді. Егер сапардың қашықтығы 5 км артық болса, онда B фирмасының таксиін пайдалану тиімді.

Оқу мақсаты: «7.4.2.2 мәтінді есептерді теңдеулер және теңсіздіктер құру арқылы шығару».

Тапсырмалар

1. Тіктөртбұрыштың периметрі 28 см-ге тең. Егер оның ұзындығын 3 см-ге кішірейтіп, енін 2 см-ге арттырсақ, онда оның ауданы 8 см² кемиді. Тіктөртбұрыштың ауданы қандай?

Шешімі: Тіктөртбұрыштың ұзындығы x , ені y болсын. Онда, теңдеулер жүйесін құрайық:

$$\begin{cases} 2(x + y) = 28, \\ xy - (x - 3)(y + 2) = 8. \end{cases} \quad \text{Жүйенің шешімі: } x = 8, y = 6 \text{ болады. Яғни, бастапқы тіктөртбұрыштың}$$

ауданы $S = x \cdot y = 6 \cdot 8 = 48 \text{ см}^2$.

2. Тараз бен Шымкент қалаларының арақашықтығы 210 км-ден кем екені белгілі. Тараз қаласынан жылдамдығы 60 км/сағ болатын жүк көлігі, сол уақытта Шымкент қаласынан оған қарама-қарсы автобус шықты. Олар 2 сағаттан кейін кездесу үшін автобус қандай жылдамдықпен жүру керек екенін бағалаңыз.
3. Жылдамдығы 40 км/сағ пойызда келе жатқан жолаушы терезеден қарама-қарсы бағытта ұзындығы 75 м болатын пойыз 3 секунд аралығында өте шыққанын байқады. Қарама-қарсы бағыттағы пойыздың жылдамдығы қандай?
4. Үштаңбалы сан 7 цифрына аяқталады. Егер осы цифрды бірінші орынға қойсақ, онда шыққан сан алғашқы берілген саннан 17-ге кем болады. Берілген үштаңбалы санды табыңыз.

Шешімі: $\overline{ab7} = 100a + 10b + 7$, онда $3 \cdot \overline{ab7} - \overline{7ab} = 3(100a + 10b + 7) - (7 \cdot 100 + 10a + b) = 17$

$$300a + 30b + 21 - 700 - 10a - b = 290a + 29b - 679 = 17$$

$$290a + 29b = 696$$

$$10a + b = 24. \text{ Бұдан } a = 2, b = 4. \text{ Сонымен, } \overline{ab7} = 247.$$

5. Үш жыл бойы қайсыбір тауар құны үнемі көтеріліп отырған: алдымен 10%-ға, содан соң 3000 тг-ге, кейін тағы 25%-ға көтерген. Нәтижесінде тауар құны алғашқы бағасымен салыстырғанда 75%-ға өскен. Тауар бағасы алғашқыда қанша болған?
6. Саяхатшы ауылдан теміржол станциясына келе жатыр. Бір сағатта 3 км жүргеннен кейін, ол осы жылдамдықпен жүре берсе пойызға 40 минутқа кешігетінін түсінді де, 4 км/сағ жылдамдықпен жүрген. Саяхатшы станцияға пойыздың жүруіне 45 минут қалғанда жетті. Ауыл мен станцияның арақашықтығы қандай?
7. Кейбір мөлшердегі 40% және 10%-дық қышқыл ерітінділерін араластырып 800 г болатын 21,25%-дық қышқыл ерітіндісін алды. Әрбір ерітіндіден қанша грамм алынған?
8. 500 кг кен құрамында темірдің кейбір мөлшері бар. Кеннен 12,5% темірі бар 200 кг қоспаларды алып тастағаннан кейін қалған кенде темірдің құрамы 20%-ға артты. Кен құрамында қанша темір қалды?
9. Араластырғанда 200 грамм 16%-дық қышқыл ерітіндісі болуы үшін, сол қышқылдың 10%-дық және 30%-дық ерітінділерінен қаншадан алу керек?

Оқу мақсаты: «7.1.1.16 үшбұрыштың ішкі бұрыштарының қосындысы туралы теорема мен оның салдарларын дәлелдеу».

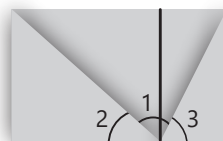
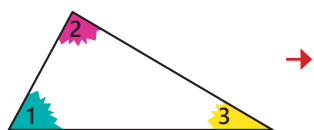
Тапсырмалар

1. Үшбұрыштың ішкі бұрыштарының қосындысы туралы теореманы көрсету үшін үшбұрыштардың жасалған модельдерін таратыңыз.

1-тәсіл: Үшбұрыштың бұрыштарын қиып алып, кесілген төбелері бір нүктенің бойында жататындай, ал бұрыштың қабырғалары басқа бұрыштың қабырғаларымен беттесетіндей етіп орналастырсын.

2 тәсіл: Бұрыштарын «бүктеп» қоссын.

Сұрақ қойыңыз: Сіз қандай қорытынды жасай аласыз?



2. Оқушыларға үшбұрыштың ішкі бұрыштарының қосындысын зерттеуді ұсыныңыз.

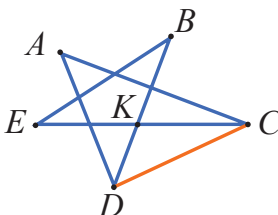
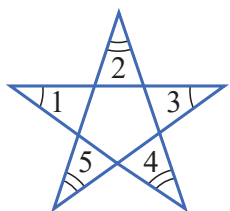
Мысалы:

1. Үшбұрыш салыңыз;
2. Үшбұрыш бұрыштарын өлшеңіз;
3. Үшбұрыштың ішкі бұрыштарының қосындысын табыңыз;
4. Осындай өлшеуді кез келген басқа үшбұрыш үшін орындап, кестені толтырыңыз:

№	$\angle 1$	$\angle 2$	$\angle 3$	$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$
1				
2				

Нәтижелерді талдағаннан кейін оқушыларға кез келген үшбұрыштың ішкі бұрыштарының қосындысы туралы болжам жасауды ұсыныңыз.

3. Пифагор мектебінің эмблемасы суреттегідей жұлдыз пішіндес бесбұрыш болатын. Кез келген осындай бесбұрыштың бұрыштарының $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5$ қосындысы 180° -қа тең болатынын дәлелдеңіз.

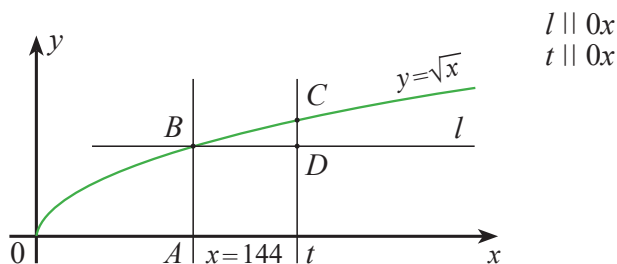


Шешімі. C және D көрші екі төбені кесіндімен жалғайық. CKD және BKE үшбұрыштарын қарастырайық. Бұл үшбұрыштардың K төбесіндегі бұрыштары тең. Сондықтан $\angle B + \angle E = \angle KCD + \angle KDC$. Онда, бесбұрыштың барлық сүйір бұрыштарының қосындысы ACD үшбұрышының ішкі бұрыштарының қосындысына тең, яғни 180° .

Оқу мақсаты: «8.4.1.4 аргументтің берілген мәндері бойынша функцияның мәндерін табу және функцияның мәні бойынша аргументтің мәнін табу», «8.4.2.3 қолданбалы есептерді шығару үшін квадраттық функцияны қолдану», «8.4.3.1 есеп шарты бойынша математикалық модель құру».

Тапсырмалар

1. Сызбаның берілгендерін талдап, белгіленген нүктелердің координаталарын табыңыз.



Жауабы: $A(_, _); B(_, _); C(_, 14); D(_, _)$.

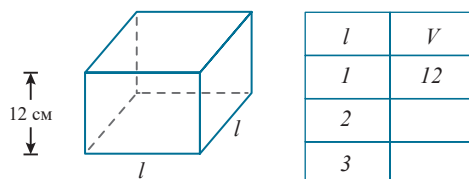
Шешімі: Нүктелердің координаталарын табайық. $A(144; 0)$.

B нүктесі $y = \sqrt{x}$ функциясы мен $x = 144$ түзуінің қиылысуы. $B(144; 12)$. C нүктесі — $y = \sqrt{x}$ функциясы мен $x = t$ түзуінің қиылысуы. Тогда координаты точки $C(t; \sqrt{t})$. C нүктесінің ординатасы 14, яғни $\sqrt{t} = 14$, $t = 196$. Онда $C(196; 14)$. D нүктесі $x = t$ және l түзулерінің қиылысуы. $D(t; 12)$. $t = 196$ сондықтан $D(196; 12)$.

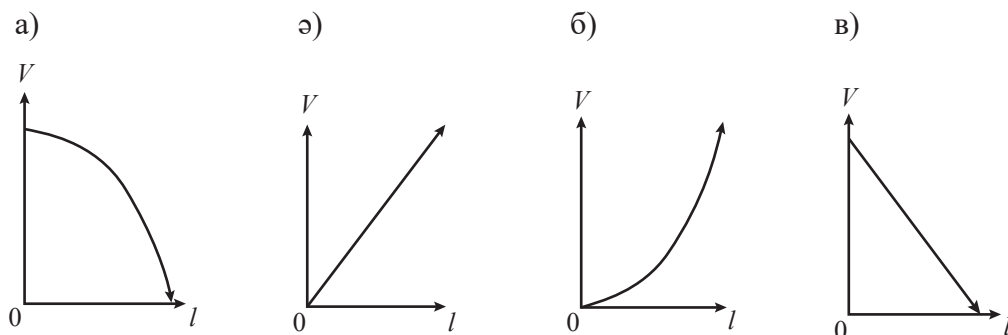
2. Дене вертикальды түрде жоғары қарай v_0 (м/с) бастапқы жылдамдықпен h_0 (м) жоғарыға тік лақтырылды. h (м) биіктіктің t (с) уақытқа тәуелділігі $h = -0,5gt^2 + v_0t + h_0$ формуласымен өрнектеледі. $h_0 = 20$, $v_0 = 15$, $g \approx 10$ м/с² жағдайы үшін h -тың t -ға тәуелділік графигін салыңыз. График бойынша табу керек:

- Дене жоғары қарай қанша уақыт көтерілгенін?
- Қанша уақыт ол төмен түскенін?
- Дене қандай ең жоғары биіктікке жетті?
- Неше секундтан кейін ол жерге құлады?
- Қанша уақыт аралығында дене 20 метрден жоғары болды?

3. Призма табанындағы шаршы қабырғасының l деп белгіленген ұзындығын өзгертуге болады. Призманың биіктігі тұрақты, ол 12 см-ге тең. Призма көлемінің l -дің бір мәніне сәйкес келетін мәні кестеде көрсетілген.



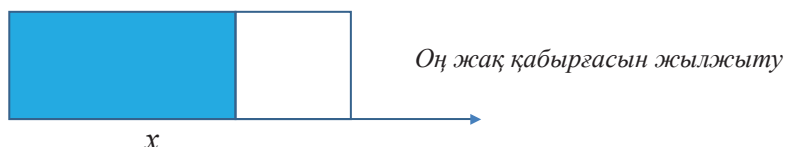
Қай график призма көлемі мен l ұзындығы арасындағы тәуелділікті көрсетеді?



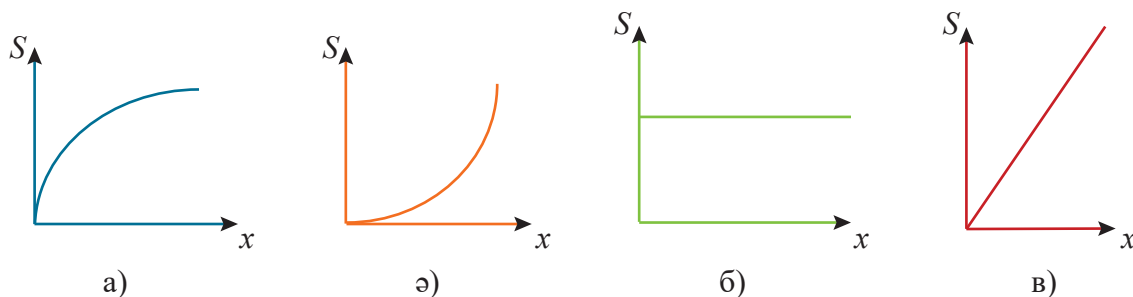
Шешімі: $V = 12l^2$ — квадраттық функция.

Жауабы: б).

4. Суретте ені тұрқты және ұзындығы х болатын тіктөртбұрыш көрсетілген. x -тің мәнін өсіргенде тіктөртбұрыштың ауданы қалай өзгередінін болжа



Тіктөртбұрыштың ауданы мен x ұзындығы арасындағы тәуелділігін көрсететін график эскизін таңдаңыз.



Жауабы: а).

Оқу мақсаты: «8.1.3.7 тікбұрышты үшбұрыштың элементтерін табу үшін 300, 450, 600 -қа тең бұрыштардың синус, косинус, тангенс және котангенсінің мәндерін қолдану».

Тапсырмалар

1. Жіпке ілінген жүк түріндегі маятникті 60° бұрышқа ауытқыту арқылы тепе-теңдік қалпынан шығарды. Маятниктің AC ұзындығы 20 см. Жүктің биіктігі тепе-тең қалыппен салыстырғанда қаншаға өзгерді?

Шешімі: $AD = 20 \cdot \cos 60^\circ = 10$.

Жүктің биіктігі $20 - 10 = 10$ (см)-ге өзгерді.

Жауабы: 10 см-ге.

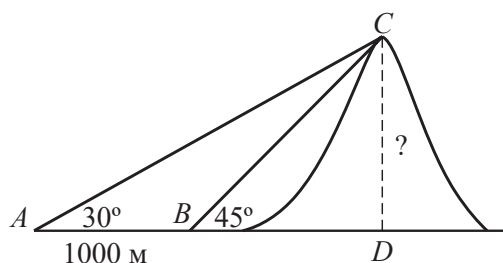
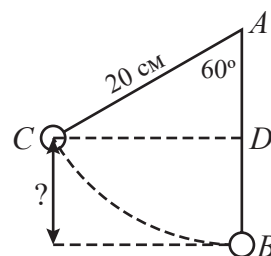
2. Қандай да бір нүктеден таудың төбесі 300° бұрышпен көрінеді. Тауға қарай 1000 м жақындаған кезде, таудың төбесі 450° бұрышпен көрінді. Таудың биіктігін жуықтап табыңыз. Жауапты метрмен өрнектелген бүтін сан түрінде көрсетіңіз.

Шешімі: $BD = CD = x$ болсын.

Онда $AD = 1000 + x$.

ACD үшбұрышынан: $\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{x}{1000 + x}$.

Бұдан, $x \approx 1366$ м.



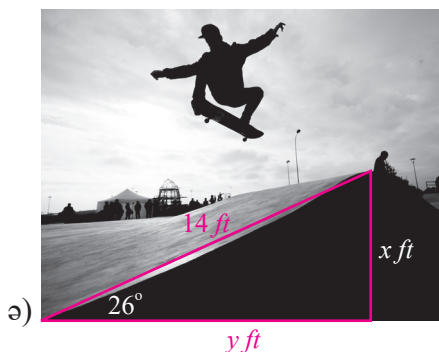
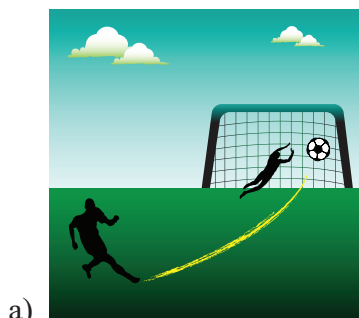
Оқу мақсаты: «8.1.3.8 берілген екі элементі бойынша тікбұрышты үшбұрыштың бұрыштары мен қабырғаларын табу».

Тапсырмалар

1. Биіктігі 2,5 м болатын футбол қақпасынан 10 м қашықтықта доп қойылған. Футболшы допты қақпаға қарай тепті, доп қақпаның жоғарғы арқалығына тиді. Допты тебу бұрышы неге тең? (Сурет а).

Шешімі: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2,5}{10}$, $\alpha \approx 26,6^\circ$

2. Сіз скейтборд үшін ұзындығы 4,5 м және көтерілу бұрышы 26° болатын төбе жасағыңыз келеді. Осы төбенің биіктігі мен табан ұзындығын табыңыз. (Сурет ә).
3. Өндірілген тұз, суретте көрсетілгендей, конус тәрізді үйіндіге жиналады. Конус табанының ұзындығы 5 метр. Конус жасаушысы 320° бұрышпен көлбеген. Конустың h биіктігін табыңыз. Содан соң үйіндінің s ұзындығын табыңыз. (Сурет б).



Оқу мақсаты: «8.1.3.11 параллелограммның, ромбтың ауданы формулаларын қорытып шығару және қолдану», «8.1.3.13 трапецияның ауданы формулаларын қорытып шығару және қолдану».

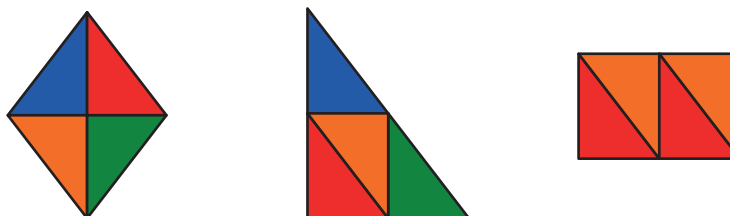
Тапсырмалар

1. Практикалық жұмыс жүргізіңіз. Кез кезген параллелограммның қатты қағаздан жасалған моделін таратыңыз. Параллелограммды қиып, тіктөртбұрыш құрастыру тапсырмасын беріңіз.



Сұрақтар қойыңыз:

- а) Параллелограмм мен тіктөртбұрыш тең шамалас бола ма? Неге?
 - ә) Табан ұзындығы өзгерді ме? Оны a деп белгілеңдер.
 - б) Тіктөртбұрыштың ені параллелограмм үшін не болады (параллелограмм биіктігі)? Оны h деп белгілеңдер.
 - в) Тіктөртбұрыштың ауданын табыңдар.
 - г) Параллелограмм ауданы туралы қорытынды жасаңдар.
2. Практикалық жұмыс жүргізіңіз. Кез кезген ромбтың қатты қағаздан жасалған моделін таратыңыз. Ромбты қиып, тіктөртбұрыш немесе тікбұрышты үшбұрыш құрастыруын сұраңыз. Ромбтың ауданы туралы қорытынды жасатыңыз. Алынған формулаларды жаздырыңыз



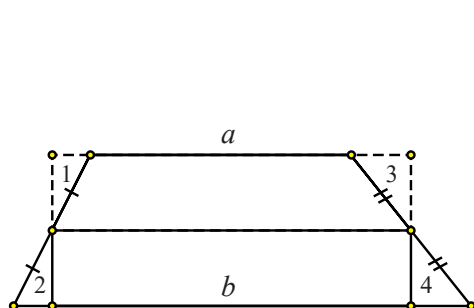
3. «Дұрыс/дұрыс емес» тексеру жұмысын жүргізуге болады және айтылған тұжырымдар дұрыстығына өз жауабын негіздеу керек. Табандары AD және BC болатын $ABCD$ трапециясы берілсін. M – AB және CD түзулерінің қиылысу нүктесі, ал O – AC және BD диагональдарының қиылысу нүктесі болсын делік. Келесі үшбұрыштар тең шамалас деуге бола ма?
 - 1) ABD және ACD үшбұрыштары;
 - 2) ABO және OCD үшбұрыштары;
 - 3) AOD және BOC үшбұрыштары;
 - 4) ABC және ABD үшбұрыштары;
 - 5) AMC және BMD үшбұрыштары.

Жауабы: 1) иә; 2) иә; 3) жоқ; 4) жоқ; 5) иә.

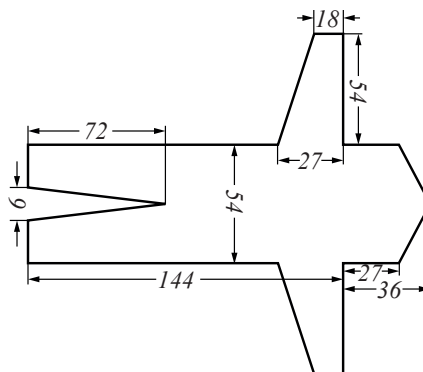
4. Практикалық жұмыс жүргізіңіз. Кез кезген трапецияның қатты қағаздан жасалған моделін таратыңыз. Трапецияны қиып, тіктөртбұрыш құрастыруын сұраңыз. Трапеция ауданы туралы қорытынды жасатыңыз. Алынған формуланы жаздырыңыз. Сурет а).

5. Әскери қорғаныш костюмін дайындау үшін суретте көрсетілгендей өлшемдері сантиметрмен берілген үлгіні пайдаланады. Үлгі ауданын табыңдар. Сурет ә).
6. Торкөз қағазда «көгершін» бейнеленген. Оның шегарасы түзу кесінділері мен шеңбер доғаларынан құралған. «Көгершін» ауданы 192 см^2 -ге тең. Қағаздың өлшемдері қандай? Сурет б).

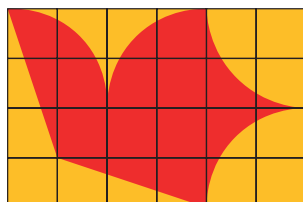
Шешімі: $4 \cdot 6 - (4 + 4 + 4) = 12$



а)



ә)



б)

Оқу мақсаты: «9.4.3.1 есеп шарты бойынша математикалық модель құру».

Тапсырмалар

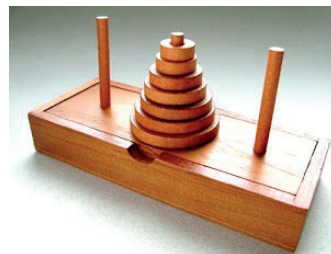
1. Зауыттағы екі цех бірдей станоктар дайындайды. Жоспар бойынша олар бірігіп жылына 360 станок шығарулары тиіс. Алайда, бірінші цех жоспарын 12%-ға, екіншісі — 15%-ға асыра орындады. Екі цех жоспардан тыс 48 станок шығарғаны белгілі. Бірінші және екінші цехтарда қанша станоктар жасалған?
2. Хауыз екі краннан сумен толтырылуы мүмкін. Егер бірінші кранды 10 минутқа, ал екіншісін 20 минутқа ашса, онда бассейн толады. Егер бірінші кран 5 минутқа ашылса, екіншісі 15 минутқа ашылса, онда хауыздың 60%-ы толтырылады. Қайша уақытта әрбір кран хауызды жеке толтыра алады?
3. Бір мезгілде қосылған екі кран хауызды 2 сағат ішінде толтыра алады. Қанша сағатта әр кран хауызды жеке толтыра алады, егер бірінші кран 2 сағат және екіншісі кран 1 сағат жұмыс істегеннен кейін хауыз көлемінің $\frac{5}{6}$ бөлігі толатыны белгілі болса.
4. Бір қаладан бір мезгілде саяхатшылардың екі тобы шықты. Бір топ солтүстікке, ал екіншісі шығысқа бет алды. 4 сағаттан кейін олардың арасындағы қашықтық 24 км-ға тең болды, ал бірінші топ 4,2 км артық өтті. Әр топ қандай жылдамдықпен жүрді?
5. Екі айлақтың арасындағы қашықтық 60 км. Теплоход бұл аралықты ағыс бойынша және 5,5 сағат ағымға қарсы жүріп өтеді. Егер теплоходтың тынық судағы жылдамдығы мен ағыс жылдамдығын табыңыз, егер олардың біреуі басқасынан 20 км/сағ артық болса.

6. Ұзындығы 60 м шеңбер бойымен бір бағытта екі нүкте қозғалады. Олардың біреуі басқасынан 5 секундқа жылдам толық айналым жасайды. Бұл ретте нүктелердің сәйкес келуі әрбір 1 минуттан кейін орын алады. Нүктелердің қозғалыс жылдамдықтарын анықтаңыз.
7. Үш таңбалы санды табыңыз, егер оның цифрларының қосындысы 17-ге тең, ал оның цифрлары квадраттарының қосындысы 109-ге тең болса. Егер осы саннан 495-ті алып тастаса, онда сол цифрлармен бірақ кері ретпен жазылған сан шығады.

Оқу мақсаты: «9.2.3.2 тізбектің n -ші мүшесін табу, мысалы: $\frac{1}{2 \cdot 3}; \frac{1}{3 \cdot 4}; \frac{1}{4 \cdot 5}; \frac{1}{5 \cdot 6}; \dots$ ».

Тапсырмалар

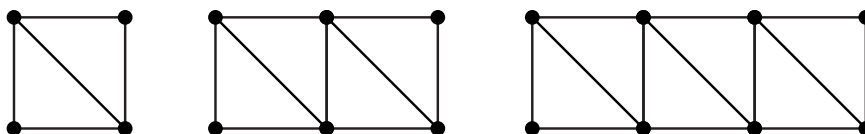
1. XIX ғасырда белгілі басқатырғыштарының бірі «Ханой мұнарасы» есебі болды. Үш өзекше (стержень) берілген, оның бірінде 8 сақина тізілген, сақиналар өлшемдерімен ерекшеленеді және кішісі үлкенінің үстіне орналасқан. Тапсырма: сегіз сақинадан тұратын пирамиданы ең аз қадам жасай отырып басқа өзекшеге көшіру қажет. Бір қадамға бір ғана сақинаны көшіру жатады және өлшемі кіші сақинаның үстіне өлшемі үлкен сақинаны орналастыруға болмайды. Егер өзекше бойындағы сақиналар санын өзгертетін болсақ, онда минималды қадам саны да өзгереді. Қадамдар санының заңдылығын анықтап, кестені толтырыңыз.



Сақиналар саны	1	2	3	4	5
Қадамдар саны	1	3			

Жауабы: $a_n = 2^n - 1$

2. Сірінке шилерінен құрастырылған фигураларды зерттеңіз.



- а) Келесі екі фигураны салыңыз.
 ә) n -ші фигурадағы шилердің санын n арқылы өрнектеңіз.

Жауабы: $a_n = 4n + 1$.

3. Фермер өзінің бау-бақша учаскесінде алма ағашын шаршы түрінде төмендегі суретте көрсетілгендей отырғызады. Алма ағашын желден қорғау үшін ол учаскенің шетіне қарағайлар отырғызады. Суретте n -ның бірнеше мәні үшін алма ағаштары мен қылқан жапырақты ағаштардың отырғызу сызбасы бейнеленген, мұнда n -отырғызылған алма ағаштарының саны. Бұл тізбекті кез келген n саны үшін жалғастыруға болады.

$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$
x x x x ● x x x x	x x x x x x ● ● x x x x ● ● x x x x x x	x x x x x x x x ● ● ● x x x x ● ● ● x x x x ● ● ● x x x x x x x x	x x x x x x x x x ● ● ● ● x x x x ● ● ● ● x x x x ● ● ● ● x x x x ● ● ● ● x x x x x x x x x
x – қарағайлар ● – алма ағаштары			

а) Кестені толтырыңыз:

n	Алма ағаштарының саны	Қарағайлардың саны
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

ә) n ның қандай мәні үшін отырғызылған алма ағаштары мен қарағайлардың сандары тең болады?

б) Фермер өз учаскесіндегі алма ағаштарының санын бірте-бірте өсіргісі келеді делік. Олай болса, ағаштардың қай түрінің саны тезірек өседі: алма ағаштарының немесе қарағайлардың?

Шешімі:

а)

n	Алма ағаштарының саны	Қарағайлардың саны
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

ә) $n^2 = 8n$, $n = 8$

б) n^2 шамасы $8n$ шамасына қарағанда тез өседі, сондықтан алма ағаштарының саны тез көбейеді.

Оқу мақсаты: «9.2.3.7 арифметикалық немесе/және геометриялық прогрессияларға байланысты есептер шығару», «9.2.3.9 шексіз кемімелі геометриялық прогрессия қосындысының формуласын есептер шығаруда қолдану».

Тапсырмалар

1. Бөренелерді сақтау кезінде оларды суретте көрсетілгендей етіп әр қатарда оның астындағы қатардағыдан бір бөрене кем қылып қалайды. Егер табанында 12 бөрене салынатын болса, онда қаланған бір бөлікте қанша бөрене болады?

Шешімі: Төменгі қатарда n бөрене болсын. Онда қаланған бір бөліктегі бөренедер саны

$$S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n+1}{2} \cdot n.$$

2. Үндістанды билеуші раджа Схерам заманында бір Сесса есімді данагөй шахмат ойынын ойлап табады да, оны раджаға көрсетуге бел буады. Ойынның бірнеше айналымынан кейін, оның раджаға ұнағаны соншалық, раджа данагөйге қалағанының бәрін сұрауға рұқсат береді. Анау болса сыпайы ғана: «шахмат тақтасының бірінші торында бір дән, екіншісінде екі, одан кейінгілерінде алдыңғысына қарағанда екі есе артық болатындай күріш сыйлаңыз», - дейді. Раджа данагөйге күріштің қанша дәнін беруі қажет?
3. Еркін түскен дене алғашқы секундта 5 м, ал әрбір келесі секундта алдыңғыға қарағанда 9,8 м артық жол жүреді. Егер еркін түскен дене оның түбіне түсу басталғаннан 7 секундта жететін болса, онда шахтаның тереңдігін табыңыз.

4. Бактерия 1 секундта үшке бөлінеді. Алғашқыда пробиркада 2 бактерия болса, 5 секундтан соң, 60 секундтан соң қанша бактерия болады?

Шешімі: $n = 3^t$, t — уақыт.

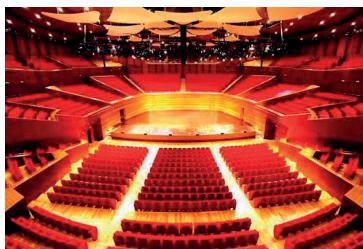
5 секундтан кейін бактериялар саны 3^5 болады, ал 60 секундтан кейін — 3^{60} .

5. Тәжірибелі орман аймағында жылсайынғы сүрек (древесина) өсімі 10%-ды құрайды. Аймақта алты жылдан кейін қанша сүрек болады, егер оның бастапқы мөлшері $2 \cdot 10^4 \text{ м}^3$ болса?
6. Массасы 256 г болатын радиациялық белсенді заттың салмағы тәулік сайын екі есе азайып отырады. Заттың салмағы үшінші күні, отызыншы күні қанша болады?

Шешімі: $m = 256 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$, мұнда n — тәуліктер саны. 3 күннен кейін $m = 256 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 32$,

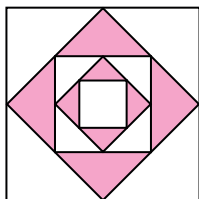
ал отызыншы күні $m = 256 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{30}$.

7. «Қазақстан» Орталық концерт залының бір секциясындағы үшінші қатардың ұзындығы 4,05 м, соңғы қатардың ұзындығы 5,85 м, орындықтардың ені 0,45 м, бірінші және екінші қатардағы орындықтар саны сәйкесінше 6 және 7, ал үшінші қатардан бастап орындықтар саны арифметикалық прогрессиямен өседі. Егер секцияның ені 7 м болса (қатардың ені 1 метрден артық емес), берілген секцияда барлығы қанша орын болғаны? Жауапты суретпен салыстыруға болады.



8. Қабырғасы 4 см болатын шаршы берілген. Оның қабырғаларының орталары екінші шаршының төбелері болып табылады, екінші шаршы қабырғаларының орталары үшінші шаршының төбелері және т.с.с. Барлық шаршылардың аудандарының қосындысын табыңыз.

Шешімі. Әрбір келесі шаршының ауданы алдыңғыдан 2 есе кем.



$$S = 16 + 8 + 4 + \dots = 16 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots \right) = 16 \cdot \frac{1}{1 - 0,5} = 32$$

Оқу мақсаты: «9.3.2.5 геометриялық ықтималдықты есептер шығаруда қолдану».

Тапсырмалар

1. Метрлі таспа екі бөлікке кездейсоқ кесіледі. Таспаның алынған бөліктерінің бірінің ұзындығы 80 см-ден кем болмауының ықтималдығын табу керек.

Шешімі: кесілетін жер таспаның бір шетенінен 20 см-ден алшақ болмауы керек. Сондықтан,

$$P = \frac{40}{100} = 0,4.$$

2. Радиусы 5 см шеңберіне тікбұрышты үшбұрыш іштей сызылған, оның катеттерінің бірі 6 см тең. Дөңгелектің ішіне нүкте кездейсоқ қойылады. Нүкте үшбұрышқа түспеуінің ықтималдығын табыңыз.
3. Шеңберде кездейсоқ нүкте таңдалады. Бұл нүкте шеңберге іштей сызылған шаршыда болуының ықтималдығын табыңыз.
4. Екі жүк көлігі 15-тен 16 сағатқа дейінгі уақыт аралығында тиеуге келуі мүмкін. Бірінші көлікке тиеу 15 минутқа, екіншісін – 20 минутқа созылады. Бір көлікті тиеудің аяқталуын екіншісі күтуге тура келуінің ықтималдығы қандай?

Оқу мақсаты: «9.1.4.19 есептер шығаруда векторларды қолдану».

Тапсырмалар

1. $3H$ салмағы бар жүк тегіс бетінде, көкжиекке 30° бұрышпен көлбей орналасқан. Жүк тыныштықта болу үшін оны қандай күшпен ұстау керек?
2. $P=2H$ және $F=3H$ күштері қандай да бір материалдық O нүктесіне әсер етеді. Осы күштерді сипаттайтын векторлар арасындағы бұрыш 60° -қа тең. P және F күштерімен тең әсер ететін күшті табыңыз.
3. Суретте ұшаққа әсер ететін күштер және белгілі бір уақыттағы жылдамдық векторының бағыты бейнеленген. Сурет а).

F — тарту күші,

F_c — тіке/қарсы кедергі күші,

F_t — ауырлық күші,

F_n — көтеру күші.

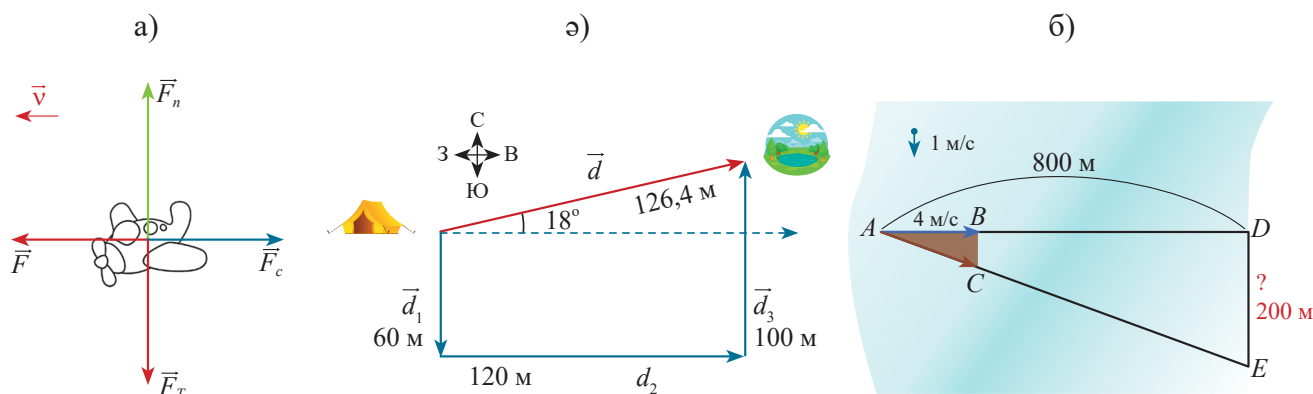
Егер:

а) $F_t = F_n$, $F = F_c$.

ә) $F_t > F_n$, $F = F_c$.

б) $F_t < F_n$, $F = F_c$ болса, ұшақ қандай бағытта қозғалады?

4. Бала лагерьден оңтүстікке 60 м, шығысқа 120 м және солтүстікке 100 м қозғалып көлге жетті. Лагерьден көлге дейінгі ең қысқа арақшықтық неге тең? Сурет ә).
5. Өзенді кесіп өтетін катер өзеннің ағысына перпендикуляр бағытта 4 м/с жылдамдықпен сумен байланысты санақ жүйесінде қозғалады. Егер өзеннің ені 800 м, ағыс жылдамдығы 1 м/с болса, катер қанша метрге (ағыстан) ығысады? Сурет б).



Оқу мақсаты: «9.1.4.14 үшбұрыштар ұқсастығы белгілерін білу және қолдану»; «9.1.4.15 тікбұрышты үшбұрыштардың ұқсастығын білу және қолдану».

Тапсырмалар

1. Фотопенкадағы суреттің биіктігі 15 мм. Егер фотоаппарат объективінен суретке дейінгі және фотоаппарат объективінен ағашқа дейінгі арақашықтықтар сәйкесінше 50 мм және 60 м болса, ағаштың биіктігін табу керек. Сурет а).

Жауабы: 18 м.

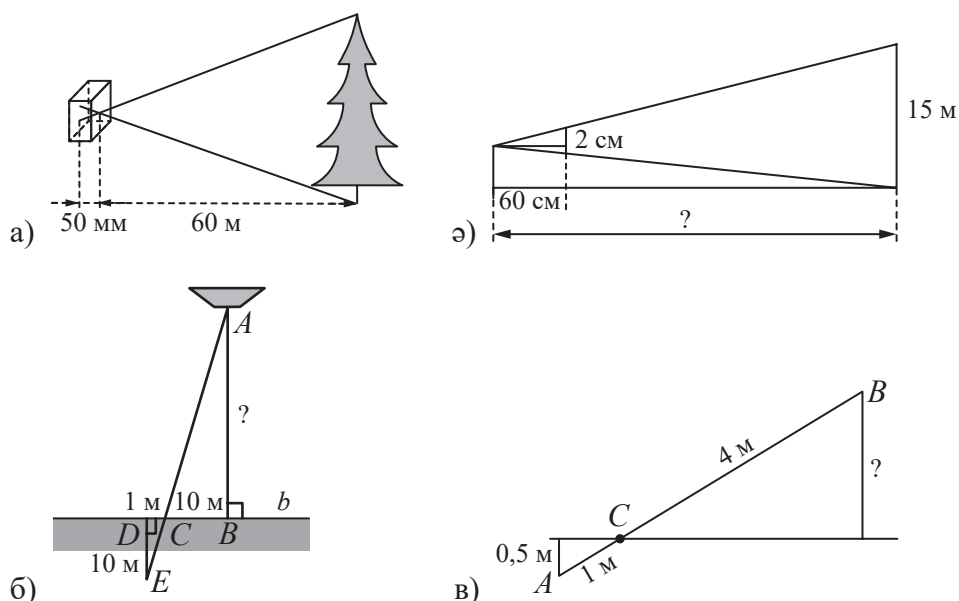
2. Егер диаметрі 2 см болатын тиынды көзден 60 см қашықтықта ұстап қараса, биіктігі 15 м болатын ағаш көрінбей қалады. Қараушы адам мен ағаштың арасындағы қашықтықты табу керек (жауабын метрмен беру керек). Сурет ә).

3. Суретті қолданып A қайығынан b жағасына дейінгі қашықтықты табу керек.

Жауабы: 100 м.

4. Шлагбаумның қысқа иіні 1 м, ал ұзын иіні 4 м. Қысқа иіннің ұшы 0,5 м төмен түскенде ұзын иіннің ұшы қандай биіктікке көтеріледі? Сурет в).

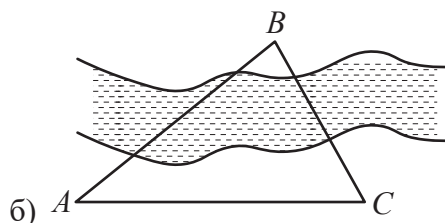
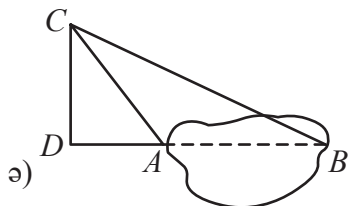
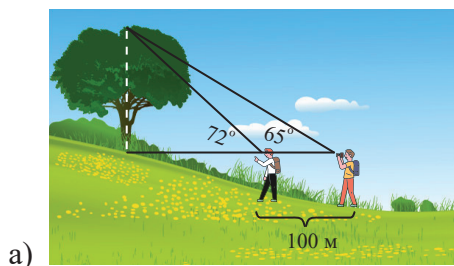
Жауабы: 2 м.



Оқу мақсаты: «9.1.3.6 косинустар теоремасын білу және қолдану», «9.1.3.10 синустар және косинустар теоремаларын үшбұрыштарды шешуде және қолданбалы есептерді шығаруда қолдану».

Тапсырмалар

1. Теректің төбесі 65° бұрышпен көрінді, терекке 100 м жақындап қарағанда 71° бұрышпен көрінді. Теректің биіктігін анықтаңыз. Сурет а).
2. h биіктігіндегі тікұшақтың шыңынан көлдің енін анықтау үшін α және β бұрыштарын өлшеді. Көлдің AB енін табыңыз. Сурет ә).
3. Қол жетпейтін B нүктесіне дейінгі қашықтықты табу үшін өлшеулер орындалды: $AC = 19$ м, $\angle A = 80^\circ$, $\angle C = 68^\circ$ қашықтығын табыңыз AB . Сурет б).



Оқу мақсаты: «9.1.1.1 доға ұзындығының формуласын қорытып шығару және қолдану», «9.1.1.2 сектор мен сегмент ауданының формулаларын қорытып шығару және қолдану».

Тапсырмалар

1. Тепловоздың дөңгелектері 1413 м қашықтықты жүру үшін 300 айналым жасады. Дөңгелектерінің диаметрін табыңыз? Жауапты ондық үлеске дейінгі дәлдікпен беріңіз.

Жауабы: 1,5 м.



2. Жердің жасанды серігі Жерден 320 км қашықтықта оны дөңгелек орбита бойымен айналады. Егер Жердің радиусы 6370 км болса, осы серіктің 30° бұрышқа сәйкес доғасының ұзындығын табыңыз. Жауапты жүздік километрлерге дейін дөңгелектеңіз.

Жауабы: 3500 м.



3. Ұзындығы 10 м арқаннан лассо жасалды. Оның басындағы дөңгелек қармақтың радиусы 0,6 м. Арқанның қармақ болмайтын бөлігінің ұзындығын табыңыз. Жауапты ондық үлеске дейінгі дәлдікпен беріңіз.

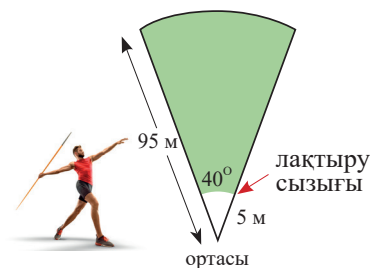
Жауабы: 6,2 м.



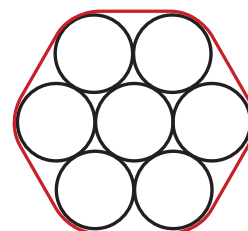
4. Суретте найза лақтыру жарыстары өткізілетін полигонның диаграммасы көрсетілген. Оның пішіні радиусы 100 м болатын дөңгелек секторы тәрізді. Лақтыру сызығы – центрден 5 м қашықтықта орналасқан ақ түсті сызық. Екінші ақ сызық бірінші доғадан 95 м қашықтықта орналасады, осы сызықтар арасындағы алаң найзаның түсу алаңы болып табылады.

а) Барлық ақ сызықтардың жалпы ұзындығын табыңыз.

ә) Егер найзаның түсу алаңына шөп егілген болса, шөпті алаңның ауданы қанша болады?



5. Бірдей жеті пластикалық құбырларды суретте көрсетілгендей етіп қоршау үшін жұқа пластикалық лента (таспа) қолданылады. Егер лента ұзындығы 50 см болса, әр құбырдың радиусы қандай?.



Пайдаланылган әдебиеттер тізімі

1. Рослова Л. О., Краснянская К. А., Квитко Е. С. Концептуальные основы формирования и оценки математической грамотности //Отечественная и зарубежная педагогика. 2019. Т.1, № 4 (61). С. 58–79.
2. OECD Governing Board PISA 2021 Mathematics Framework (First Draft), April 2018 [For Official Use], p. 8, 21-22.
3. PISA 2021 Mathematics: A Broadened Perspective.
4. PISA 2021 Mathematics/An analysis of the Center for curriculum redesign (CCR), January 2016, С. 27-32.
5. New Mathematics, 2nd edition, P2, Marshall Cavendish International (Singapore), 2008.
6. Математика, 8 класс, АОО «Назарбаев Интеллектуальные школы», 2019.
7. Рязановский А.Р., Мухин Д.Г., Всероссийская проверочная работа, 7, 8 класс, Изд. Экзамен, 2018.
8. Sanjoy Mahajan, The art if insight in science and engineering, The MIT Press Cambridge, Massachusetts London, England, 2014.
9. Сборник по материалам участников телекоммуникационного обучающего проекта-конкурса «Компетентностно-ориентированный урок», Омск, 2012.
10. Шарыгин И.Ф., Наглядная геометрия 5-6 классы, М: Изд.Дрофа, 2007.
11. Материалы конкурса «Кенгуру» <https://russian-kenguru.ru/konkursy/kenguru>.
12. Белос А., Красота в квадрате. Как цифры отражают жизнь и жизнь отражает цифры, Изд. «Манн, Иванов и Фербер», 2015.
13. Основные результаты международного исследования PISA-2015, АО «Информационно-аналитический центр», Нур-Султан, 2017 http://iac.kz/sites/default/files/nac_otchet_pisa-2015_final.pdf.

Оқу-әдістемелік басылым

**Математика сабақтарында оқушылардың
функционалдық сауаттылығын дамыту**

Редакторы: Т.К. Досмайылов
Техникалық редакторы: С.М. Жапарова
Дизайнер-беттеуші: С.К. Аманова

ИБ № 1053

Басуға 22.07.2020 ж. қол қойылды. Пішімі 60x84/8.
Сандық басылыс. Қағазы 80 г. Қаріпі «Times New Roman».
Шартты б.т. 6.97. Шартты бояулы б.т. 27,88. Есептік б.т. 3,75.
Таралымы __ дана. Тапсырыс №

010000, Нұр-Сұлтан қ., Хусейн бен Талал көшесі, 21/1 ғимараты,
«Назарбаев Зияткерлік мектептері» ДББҰ

Сатып алу және жеткізу мәселесі бойынша
+7 (7172) 235-235; +7 701 0235 235 телефондарына немесе
store@nis.edu.kz интернет-дүкеніне,
 @NIS_OQYLYQ,  NISoqylyq хабарласыңыз